



## Blatt 4

**Aufgabe 16.** Beweisen Sie die folgende Aussage

$$\forall x \in \mathbb{Z} : (x > 0) \Rightarrow (x \in \mathbb{N}).$$

**Aufgabe 17.** Zeigen Sie

$$\forall x \in \mathbb{Z} : (x > 0) \Rightarrow (-x < 0).$$

**Aufgabe 18.** Beweisen Sie die folgende Aussage

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall n \in \mathbb{N} : (a < b) \Rightarrow ((n \cdot a) < (n \cdot b)).$$

**Aufgabe 19.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : ((a < b) \wedge (b < c)) \Rightarrow (a < c).$$

**Aufgabe 20.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : \forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : ((a|b) \wedge (a|c)) \Rightarrow (a|(xb + yc)).$$

**Aufgabe 21.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : ((a > 0) \wedge (b > 0)) \Rightarrow (a + b) > 0.$$

**Aufgabe 22.** Zeigen Sie

$$\exists n \in \mathbb{N} : \exists k \in \mathbb{N} : \exists \ell \in \mathbb{N} : ((3n + 1 = k^2) \wedge (4n + 1 = \ell^2)).$$

**Zusatzaufgabe 2.** Es seien  $n, k$  und  $\ell \in \mathbb{N}$ .  $(n, k, \ell)$  heißt **Knobel-Tripel**, wenn gilt

$$((3n + 1 = k^2) \wedge (4n + 1 = \ell^2)).$$

Zeigen Sie, dass es mindestens zwei Knobel-Tripel gibt.