



Blatt 7

Aufgabe 32. Zeigen Sie die folgende Regel

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall m \in \mathbb{Z} : (m \geq a) \vee (m < a).$$

Aufgabe 33. Zeigen Sie

(i) $\forall a \in \mathbb{Z} : |-a| = |a|$

(ii) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

(iii) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : |a - b| \geq |a| - |b|$

Aufgabe 34. Zeigen Sie die folgenden Regeln für den Umgang mit Ungleichungen:

(i) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : \forall d \in \mathbb{Z} : (a \leq b) \wedge (c \leq d) \Rightarrow (a + c \leq b + d).$

(ii) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall n \in \mathbb{N} : (a \leq b) \Rightarrow (n \cdot a \leq n \cdot b)$

(iii) $\forall a \in \mathbb{N} : \forall b \in \mathbb{N} : \forall m \in \mathbb{N} : \forall n \in \mathbb{N} : (a \leq b) \wedge (m \leq n) \Rightarrow (a \cdot m \leq b \cdot n).$

Zusatzaufgabe 6.

Für diese Aufgabe setzen wir die Menge der reellen Zahlen \mathbb{R} als bekannt voraus. Zeigen Sie

$$\forall x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R} : (x \geq 0 \wedge y \geq 0) \Rightarrow \left(\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{x \cdot y}\right).$$

Zusatzaufgabe 7.

Für diese Aufgabe setzen wir die Menge der reellen Zahlen \mathbb{R} als bekannt voraus. Es seien $x \in \mathbb{R}$ und $y \in \mathbb{R}$. Skizzieren Sie die Menge aller Punkte (x, y) für die gilt

(a) $x^2 + y^2 = 1$

(b) $x^2 + y^2 \leq 1$

(c) $(x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}) \wedge (x^2 + y^2 \leq 1).$