Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2019

Blatt 8

Aufgabe 35. Negieren Sie

$$\forall x \in X : \exists y \in Y : f(x) = y.$$

Aufgabe 36. Es stehe $\ell(x, y)$ für die Aussage „x ist in y verliebt.“ Ferner bezeichne M die Menge der Männer und F die Menge der Frauen. Übersetzen Sie die folgenden Aussagen in Textform

(i) $\forall m \in M : \exists f \in F : \ell(m, f)$

(ii) $\exists f \in F : \forall m \in M : \ell(m, f)$

(iii) $\exists m \in M : \forall f \in F : \neg(\ell(m, f))$

(iv) $\forall f \in M : \exists m \in F : \ell(f, m)$

(v) $\forall f \in F : \exists m \in M : \neg(\ell(m, f))$

(vi) $\exists m \in F : \forall f \in M : \ell(f, m)$.

Aufgabe 37. Zeigen Sie

(i) $\forall n \in \mathbb{N} : n \neq 0$

(ii) $7 \nmid 46$

(iii) $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : (a < 0) \wedge (b > 0) \Rightarrow (a \cdot b < 0)$

(iv) $\forall m \in \mathbb{Z} : (m > 1) \Rightarrow (m \nmid 1)$.

Aufgabe 38. Formulieren Sie die folgende Aussage als für-alle-Aussage und beweisen Sie sie indirekt: Es gibt keine von Null verschiedene ganze Zahlen a und b, so dass

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

gilt. Dabei dürfen Sie die aus der Schule bekannten Rechengesetze für die Menge der rationalen Zahlen verwenden.

Zusatzaufgabe 8.
Für diese Aufgabe setzen wir die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen als bekannt voraus. Es sei n eine natürliche Zahl. Mit $a(n)$ bezeichnen wir eine reelle Zahl, die n zugeordnet wird. Wir betrachten die folgende Aussage

$$\exists a \in \mathbb{R} : \forall \varepsilon \in \mathbb{R}_{>0} : \exists N \in \mathbb{N} : \forall n \in \mathbb{N} : (n \geq N) \Rightarrow |a(n) - a| < \varepsilon.$$

(a) Negieren Sie die obige Aussage.

(b) Es sei n eine natürliche Zahl. Gilt die obige Aussage für $a(n) = \frac{1}{n}$? Begründen Sie.