



## Blatt 9

**Aufgabe 39.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : |a| = 0 \Leftrightarrow a = 0.$$

**Aufgabe 40.** Zeigen Sie

(i)  $\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : (a = b) \Rightarrow \neg(a < b)$

(ii)  $\forall m \in \mathbb{Z} : \neg(m < 0) \Rightarrow (m \geq 0).$

**Aufgabe 41.** Geben Sie eine Beweisschablone für folgende Aussage (De Morgan):  
Für zwei Aussagen  $A$  und  $B$  gilt

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B.$$

**Aufgabe 42.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z} : (c \nmid ab) \Rightarrow (c \nmid a) \wedge (c \nmid b).$$

**Aufgabe 43.** Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : \forall c \in \mathbb{Z}^* : (a \neq b) \Leftrightarrow (c \cdot a \neq c \cdot b).$$

**Aufgabe 44.** Zeigen Sie

$$\forall x \in \mathbb{Z} : |x| = 1 \Leftrightarrow (x = 1) \vee (x = -1).$$

**Aufgabe 45.** Zeigen Sie

$$\forall x \in \mathbb{Z} : \exists a \in \mathbb{Z} : \exists b \in \mathbb{Z} : |x - 1| < 2 \Leftrightarrow x \in (a, b).$$

### Zusatzaufgabe 9.

Kann man aus 100 beliebig gegebenen ganzen Zahlen stets 15 Zahlen derart auswählen, dass die Differenz zweier beliebiger dieser 15 Zahlen durch 7 teilbar ist? Geben Sie einen Beweis für die Richtigkeit Ihrer Antwort an.