Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2019

Blatt 11

Aufgabe 50. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : \forall b \in \mathbb{Z} : (a \text{ ist gerade}) \wedge (b \text{ ist ungerade}) \Rightarrow ((a+b) \text{ ist ungerade}).$$

Aufgabe 51. Übersetzen Sie die folgende Aussage von Textform in eine für-alle-Aussage und beweisen Sie sie

Der Nachfolger einer geraden Zahl ist ungerade.

Aufgabe 52. Zeigen Sie

$$\exists! e \in \mathbb{Z} : (e \text{ ist multiplikationsneutral}).$$

Aufgabe 53. Es sei $x \in \mathbb{Z}$. Wir definieren: x' ist genau dann Additionsinverses(x), wenn

- $x' \in \mathbb{Z}$
- $x' + x = 0$.

Zeigen Sie

$$\forall x \in \mathbb{Z} : \exists! \text{Additionsinverses}(x).$$

Aufgabe 54. Zeigen Sie

$$\forall n \in \mathbb{N} : (n^2 \text{ ist ungerade}) \Rightarrow (n \text{ ist ungerade}).$$

Zusatzaufgabe 11.
Ein weiteres Axiom der Mengenlehre besagt, dass die Menge aller Teilmengen einer Menge A wieder eine Menge ist. Sie wird Potenzmenge $\mathcal{P}(A)$ genannt, d.h.

$$\mathcal{P}(A) := \{B : B \subset A\}.$$

Die leere Menge $\varnothing$ ist Teilmenge jeder Menge (vgl. mit morgiger Vorlesung). Es sei $n \in \mathbb{N}$ und die Menge A habe n Elemente. Wie viele Elemente hat dann $\mathcal{P}(A)$? Beweisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort.