Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Vorkurs Mathematik 2019

Blatt 12

Aufgabe 55. Es sei A eine Menge. Zeigen Sie die folgenden Aussagen

(i) $A \cap \varnothing = \varnothing$

(ii) $A \backslash \varnothing = A$.

Hinweis: Notieren Sie die Aussagen zunächst in für-alle-Form.

Aufgabe 56. Es seien A, B und C Aussagen. Geben Sie eine Beweisschablone für folgendes Distributivgesetz

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

Aufgabe 57. Zeigen Sie für Mengen A, B und C die folgenden Aussagen

(i) $A \subset (A \cup B)$

(ii) $(A \cap B) \subset A$

(iii) $A \backslash (B \cap C) = (A \backslash B) \cup (A \backslash C)$

Hinweis: Die Aufgabe 56 ist hilfreich für die Aufgabe 57(iii).

Aufgabe 58. Es seien A und B Mengen. Zeigen Sie

$$A \cap B = A \backslash (A \backslash B).$$

Aufgabe 59. Es seien A und B Mengen. Die symmetrische Differenz $A \Delta B$ ist die Menge aller Elemente, die in $A \cup B$, aber nicht in $A \cap B$ liegen, d.h.

$$A \Delta B := (A \cup B) \backslash (A \cap B).$$

Zeigen Sie

$$A \Delta B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A).$$

Zusatzaufgabe 12.
Bestimmen Sie die Menge aller positiven ganzen Zahlen n, für die $n \cdot 2^{n-1} + 1$ eine Quadratzahl ist.