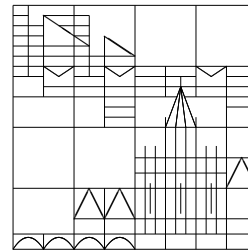


5. November 2010



### Analysis III 3. Übungsblatt

**Aufgabe 3.1** Leiten Sie eine Lösung für das folgende Anfangswertproblem her:

$$y'(t) + \left(t - \frac{1}{t}\right) \cdot y(t) + \frac{te^{-t^2}}{y(t)} = 0, \quad y(1) = 1.$$

HINWEIS: Hilfreich könnten Kenntnisse über Bernoullische DGL. sein.

**Aufgabe 3.2** Machen Sie Aussagen zur Existenz und Eindeutigkeit der folgenden Anfangswertprobleme und leiten Sie eine lokale Lösung her.

(i)  $y'(t) = \sin(t)/\cos(y(t)), \quad y(0) = 1,$

(ii)  $y'(t) = t^2 + 2ty(t) + y(t)^2, \quad y(0) = 0,$

(iii)  $y'(t) = -\left(\frac{y(t)}{t+1}\right)^2, \quad y(0) = 1.$

**Aufgabe 3.3** Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit einem Potenzreihenansatz

$$(1+x)y''(x) + 2y(x) = x^2, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

Es ist ausreichend die Koeffizientenfolge rekursiv anzugeben.

**Aufgabe 3.4** Eine Epidemie breite sich unter einer Bevölkerung mit  $n \geq 2$  Individuen aus, und zwar derart, dass Infizierte weder sterben noch gesund werden. Sei  $u(t)$  die Anzahl der Nichtinfizierten und  $v(t)$  die Anzahl der Infizierten zum Zeitpunkt  $t$ . Dabei sind  $u, v \in C^1([0, \infty), [0, n])$ . Zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  gebe es genau einen Infizierten und die Anzahl der Nichtinfizierten verringere sich gemäß dem Model

$$u'(t) = -cu(t)v(t)$$

mit einer Konstanten  $c > 0$ . Berechnen Sie den Zeitpunkt  $T$ , zu welchem 90% der Bevölkerung infiziert sind.