Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Robert Denk
Mario Kaip

5. November 2010

Analysis III
3. Übungsblatt

Aufgabe 3.1 Leiten Sie eine Lösung für das folgende Anfangswertproblem her:

$$y'(t) + \left(t - \frac{1}{t}\right) \cdot y(t) + \frac{te^{-t^2}}{y(t)} = 0, \quad y(1) = 1.$$

Hinweis: Hilfreich könnten Kenntnisse über Bernoullische DGl. sein.

Aufgabe 3.2 Machen Sie Aussagen zur Existenz und Eindeutigkeit der folgenden Anfangswertprobleme und leiten Sie eine lokale Lösung her.

(i) $y'(t) = \sin(t)/\cos(y(t)), \quad y(0) = 1,$

(ii) $y'(t) = t^2 + 2ty(t) + y(t)^2, \quad y(0) = 0,$

(iii) $y'(t) = -\left(\frac{y(t)}{t+1}\right)^2, \quad y(0) = 1.$

Aufgabe 3.3 Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit einem Potenzreihenansatz

$$(1 + x)y''(x) + 2y(x) = x^2, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

Es ist ausreichend die Koeffizientenfolge rekursiv anzugeben.

Aufgabe 3.4 Eine Epidemie breite sich unter einer Bevölkerung mit $n \geq 2$ Individuen aus, und zwar derart, dass Infizierte weder sterben noch gesund werden. Sei $u(t)$ die Anzahl der Nichtinfizierten und $v(t)$ die Anzahl der Infizierten zum Zeitpunkt t. Dabei sind $u, v \in C^1([0,\infty), [0, n])$. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ gebe es genau einen Infizierten und die Anzahl der Nichtinfizierten verringere sich gemäß dem Model

$$u'(t) = -cu(t)v(t)$$

mit einer Konstanten $c > 0$. Berechnen Sie den Zeitpunkt T, zu welchem 90% der Bevölkerung infiziert sind.

Abgabetermin: Freitag 12. November 2010, vor 10:00 Uhr in die Briefkästen bei F411.