Fachbereich Mathematik und Statistik
Jun.-Prof. Dr. Arno Fehm
Lothar Sebastian Krapp
WS 2015 / 2016

Universität Konstanz

Übungen zur Vorlesung Algebra (B3)

Blatt 12
Sylow-Sätze, Permutationsgruppen und auflösbare Gruppen

Aufgabe 45
(3 Punkte)
Zeigen Sie, dass es bis auf Isomorphie genau eine Gruppe der Ordnung 1001 gibt.

Aufgabe 46
(5 Punkte)
Zeigen Sie, dass es genau 5 Isomorphietypen von Gruppen der Ordnung 20 gibt.

Aufgabe 47
(4 Punkte)
Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

a) Die Zykel $(1\ 2)$ und $(1\ 2\ \dots\ n)$ erzeugen zusammen die Gruppe S_n.

b) Ist $\sigma \in S_n$ vom Typ $(r_1, \dots, r_k)$, so ist $\mathrm{ord}(\sigma) = \mathrm{kgV}(r_1, \dots, r_k)$.

c) Die Gruppe A_4 besitzt keine Untergruppe der Ordnung 6, obwohl 6 die Ordnung von A_4 teilt.

Aufgabe 48
(4 Punkte)
Sei G eine endliche Gruppe. Zeigen Sie:

a) Ist G auflösbar und $H \leq G$, so ist auch H auflösbar.

   Hinweis: Für eine Kompositionsreihe $G = G_0 \gneqq G_1 \gneqq \dots \gneqq G_n = 1$ betrachten Sie die Untergruppen $H \cap G_i$ von H.

b) Ist $N \trianglelefteq G$, dann ist G genau dann auflösbar, wenn N und G/N auflösbar sind.

c) Ist $G \cong \prod_{i=1}^{n} M_i$, so ist G genau dann auflösbar, wenn jedes M_i auflösbar ist.

Abgabe: Montag, 01. Februar 2016, 10:00 Uhr, Briefkästen auf F4.