

Lösung zu Kapitel 1, Aufgabe 7.

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Merkhilfe 5x5

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - & + \\ - & + & - & + & - \\ + & - & + & - & + \\ - & + & - & + & - \\ + & - & + & - & + \end{pmatrix}$$

Entwicklung nach der 1. Zeile

$$\det(C) = -2 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}}_{(I)} - 1 \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}}_{(II)}$$

(I): Entwicklung nach der 1. Zeile

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

Merkhilfe 4x4

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Sarrus} &= 3 \cdot (2 \cdot 4 \cdot 0 + 0 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 \cdot 1 - 2 \cdot 4 \cdot 4 - 3 \cdot 1 \cdot 2 - 0 \cdot 0 \cdot 0) \\ &\quad - 1 \cdot (0 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \cdot 4 - 1 \cdot 0 \cdot 0 - 4 \cdot 4 \cdot 0 - 1 \cdot 0 \cdot 2) \\ &= -114 - 8 = -122 \end{aligned}$$

(II): Entwicklung nach der 1. Zeile

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot (2 \cdot 4 \cdot 0 + 0 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 0 \cdot 1 - 4 \cdot 4 \cdot 2 - 1 \cdot 3 \cdot 2 - 0 \cdot 0 \cdot 0) \\ &\quad - 1 \cdot (1 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \cdot 0 + 0 \cdot 1 \cdot 4 - 0 \cdot 0 \cdot 0 - 4 \cdot 4 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 2) \\ &= -114 + 18 = -96 \end{aligned}$$

Einsetzen:

$$\det(C) = -2 \cdot (-122) - 1 \cdot (-96) = \underline{\underline{340}}$$