O. Schnürer, L. S. Krapp
Sommersemester 2020

Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik

Übungen zur Vorlesung Analysis II
Blatt 7

Abgabe von: Mein Name
Tutor(in): Mein Lieblingstutor

1	2	3	4	Σ

Allgemeiner Hinweis: Für die Bearbeitung dieses Übungsblatts werden alle Resultate bis einschließlich Beispiel 5.57 vorausgesetzt. Freiwillige Zusatzaufgaben sind mit einem * gekennzeichnet. Alle Aussagen sind stets zu beweisen.

Aufgabe 7.1 (Integration) **[1 + 1 + 1 + 1 Punkte]**
Bestimmen Sie:

(a) $\displaystyle\int\limits_I \frac{18e^{3x}+15e^{2x}-4e^x}{(3e^x+1)^2\cdot(e^x-2)}\,dx$, $I=\left[\log\left(\frac{8}{3}\right),\log(3)\right]$.

(b) $\displaystyle\int\limits_0^\infty x^3\cdot e^{-x^2}\,dx$.

(c) $\displaystyle\int\limits_{-\sqrt{\frac{\pi}{2}}}^{\sqrt{\pi}} \cos(t^2)\cdot|t|\,dt$.

(d) $\displaystyle\int \sin(\theta)\cdot\cos(\theta)\,d\theta$.

Lösung:

Aufgabe 7.2 (Integralidentität) **[4 Punkte]**
Sei $f\in C^0(\mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass für alle $x\in\mathbb{R}$ die Identität

$$\int\limits_0^x f(t)(x-t)\,dt=\int\limits_0^x\left(\int\limits_0^u f(t)\,dt\right)du.$$

gilt.

Lösung:

Aufgabe 7.3 (Integralungleichung) **[4 + 2* Punkte]**

(i) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und sei $f \in C^1([a,b])$ mit $f(a) = 0$ und $f'(x) \geq 0$ für alle $x \in [a,b]$. Beweisen Sie:

$$\int_a^b |ff'| \leq \frac{b-a}{2} \int_a^b (f')^2 \,.$$

(Hinweis: Wenden Sie die Höldersche Ungleichung auf $1 \cdot f'$ *an.)*

(ii)* Beweisen Sie, dass die obige Ungleichung auch ohne die Annahme $f'(x) \geq 0$ für alle $x \in [a,b]$ richtig bleibt.

Lösung:

Aufgabe 7.4 (Schnell oszillierende Funktionen) **[4 Punkte]**

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und sei $f \in R([a,b], \mathbb{R})$. Zeigen Sie:

$$\lim_{k \to \infty} \int_a^b f(x) \sin(kx) \, dx = 0.$$

(Hinweis: Betrachte Sie zunächst den Fall, dass f *eine Treppenfunktion ist.)*

Lösung:

Abgabe: Bis **Freitag, 05. Juni 2020, 09:54 Uhr**, direkt an die Tutorin / den Tutor. Wir bitten die allgemeinen Hinweise zur Abgabe von Lösungen (siehe Homepage) zu beachten.