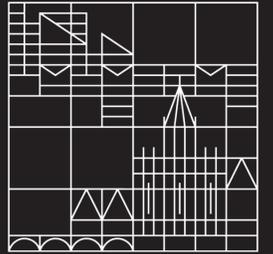


# Ein Entscheidungsalgorithmus für $(\mathbb{R}, e^x)$

Lothar Sebastian Krapp

Fachbereich Mathematik und Statistik  
Forschungsschwerpunkt Reelle Geometrie und Algebra

Universität  
Konstanz



## Ein Entscheidungsalgorithmus für elementare Algebra

### ENTSCHEIDUNGsalgorithmus

- ▷ Grundlage: formal-logische Sprache zur Eingabe von Aussagen im Computer
- ▷ Programm, das für eine eingegebene Aussage ausgibt, ob diese wahr oder falsch ist

### Tarskis Entscheidungsalgorithmus für elementare Algebra (siehe [4])

- ▷ elementare formal-logische Sprache: Rechensymbole (+, ·, −, =, <), logische Symbole (z.B. „und“, „oder“ etc.), Variablen
- ▷ Zahlenbereich  $\mathbb{R}$  (reelle Zahlen)

### PROBLEM

- ▷ viele mathematische Problemstellungen verwenden Exponentiation ( $a^b$ ), welche nicht durch elementare Rechensymbole ausgedrückt werden kann

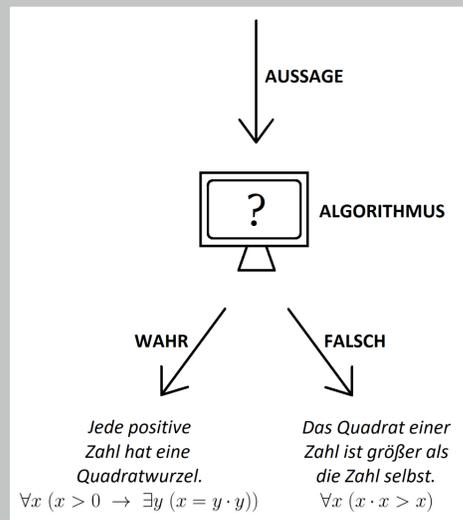
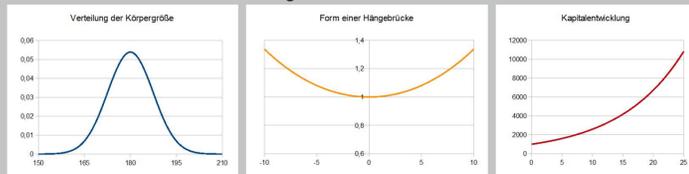


Abbildung 1: Entscheidungsalgorithmus

## Was nützt ein Entscheidungsalgorithmus für $(\mathbb{R}, e^x)$ ?

### $e^x$ FINDET MAN ÜBERALL

- ▷ stochastische Normalverteilung  $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
- ▷ Bauingenieurwesen  $\frac{a}{2}(e^{bx} + e^{-bx})$
- ▷ Finanzmathematik  $K_0 \cdot e^{\lambda x}$



⇒ mit der Rechenoperation  $e^x$  lassen sich Problemstellungen verschiedenartiger Bereiche formulieren

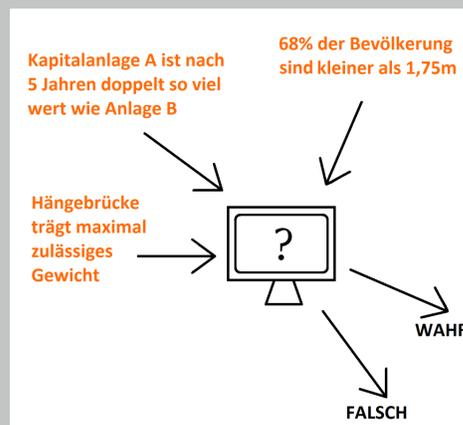


Abbildung 2: Mögliche neue Fragestellungen

## Forschungsarbeit

### AUSGANGSLAGE

- ▷ verschiedene Entscheidungsalgorithmen für  $(\mathbb{R}, e^x)$  wurden vorgeschlagen (siehe [3, 1])
- ▷ Funktionstüchtigkeit der Algorithmen beruht auf offenen mathematischen Vermutungen

### BISHERIGER FORTSCHRITT

- ▷ genaue Analyse der Algorithmen mithilfe von [2] hat zum Streichen überflüssiger Schritte geführt
- ▷ äquivalente Versionen und konkrete Lösungsstrategien für mathematische Vermutungen wurden gefunden

### ANWENDBARKEIT

- ▷ Komplexität des Algorithmus übersteigt Rechenleistung existenter Computer – Ausblick: Quantencomputer
- ▷ Universalalgorithmus kann auf Spezialproblem eingeschränkt und somit vereinfacht werden
- ▷ Fragestellungen der künstlichen Intelligenz – Was kann ein Computer wissen?

## Literatur

- [1] A. BERARDUCCI and T. SERVI, 'An effective version of Wilkie's theorem of the complement and some effective  $\alpha$ -minimality results', *Ann. Pure Appl. Logic* 125 (2004) 43–74.
- [2] S. KUHLMANN, *Ordered Exponential Fields*, Fields Inst. Monogr. 12 (Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2000).
- [3] A. MACINTYRE and A. WILKIE, 'On the decidability of the real exponential field', *Kreiseliana: about and around Georg Kreisel* (ed. P. Odifreddi; A. K. Peters, Wellesley, MA, 1996) 441–467.
- [4] A. TARSKI, *A decision method for elementary algebra and geometry* (RAND Corporation, Santa Monica, CA, 1948).

## Betreuung und Unterstützung

Ich habe mein Forschungsprojekt im Oktober 2015 begonnen und werde von Prof. Dr. Salma Kuhlmann an der Universität Konstanz betreut. Während meiner Promotion werde ich durch ein Stipendium der Carl-Zeiss-Stiftung sowie ein Stipendium der Studienstiftung des deutschen Volkes unterstützt.

## Kontaktinformationen

- ▷ Web: <http://www.math.uni-konstanz.de/~krapp/>
- ▷ Email: [sebastian.krapp@uni-konstanz.de](mailto:sebastian.krapp@uni-konstanz.de)
- ▷ Telefon: +49 (0) 7531 88 2788