Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Claus Scheiderer
Dipl.-Math. Aaron Kunert
WS 2010/11

Übungen zur Vorlesung Algorithmische algebraische Geometrie

Blatt 12

Abgabe: Mittwoch 26. Januar 2011, in der Vorlesung

Aufgabe 45
Sei $k \subseteq E \subseteq F$ eine Kette von Körpererweiterungen, und sei $x \in F$ transzendent über k. Dann ist $[E : k] = [E(x) : k(x)]$.

Aufgabe 46
Sei $k \subseteq K$ eine endlich erzeugte rein transzendente Körpererweiterung, und sei $a \in K$ algebraisch über k. Dann ist $a \in k$.

Aufgabe 47
Sei $k \subseteq K$ eine endlich erzeugte Körpererweiterung.

(a) Sei $\widetilde{K} = \{a \in K : a \text{ ist algebraisch über } k\}$. Dann ist $\widetilde{K}$ ein Zwischenkörper von K/k, und $[\widetilde{K} : k] < \infty$.

(b) Jeder Zwischenkörper $k \subseteq F \subseteq K$ ist endlich erzeugt über k.

Anleitung zu (b): Betrachte eine Transzendenzbasis $y_1, \dots, y_r$ von F/k und den Teilkörper $k(y_1, \dots, y_r)$ von K.

Aufgabe 48
Sei $f \in k[x_1, \dots, x_n]$ irreduzibel und vom Grad $d \geq 1$ in der Variable x_n. Dann ist der Quotientenkörper K von $k[x_1, \dots, x_n]/(f)$ eine Erweiterung von $k(x_1, \dots, x_{n-1})$ vom Grad d. (Man verwende das Gaußsche Lemma.)