Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
O. Schnürer, A. Kunert
SS 2013

Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

Blatt 10

Abgabe: Freitag, 28. Juni 2013, 10.00 Uhr, in die Briefkästen neben F 411. Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt, und schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe auf jedes Blatt.

Sei K stets ein Körper.

Aufgabe 37
Sei R ein kommutativer Ring mit 1.

(a) Seien I, J, Q Ideale in R mit $I + Q = R$. Beweise
$$IJ \subseteq Q \Rightarrow J \subseteq Q.$$

(b) Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$ mit a, b teilerfremd. Man zeige, dass aus $a \mid bc$ schon $a \mid c$ folgt.

Aufgabe 38
Finde einen kommutativen Ring R mit 1, sowie Ideale $I, J \subseteq R$ mit folgenden Eigenschaften

(a) I ist kein Hauptideal.
(b) $IJ \neq \{ab \colon a \in I, b \in J\}$.

Alle Behauptungen müssen bewiesen werden.

Aufgabe 39
Sei V ein euklidischer Vektorraum. Zeige, dass es eine bezüglich Inklusion maximale orthogonale Menge in V gibt.
Hinweis:
Verwende das Lemma von Zorn.

Aufgabe 40
Sei R ein kommutativer Ring mit 1 und $I \subseteq R$ ein maximales Ideal.
Zeige: Sind $a, b \in R$ mit $ab \in I$, so gilt $a \in I$ oder $b \in I$.