Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer
A. Kunert
WS 2011/12

**Übungen zur Vorlesung Reelle algebraische Geometrie I**

**Blatt 1**

**Abgabe:** Montag, 24. Oktober 2011, in der Vorlesung

**Aufgabe 1**
Eine total geordnete Menge $(M, \leq)$ heißt *Dedekind-vollständig*, falls für je zwei nichtleere Teilmengen $I$ und $J$ von $M$ mit $I \leq J$ gilt: Es gibt ein $x \in M$ mit $I \leq x \leq J$. Man zeige: $M$ ist genau dann Dedekind-vollständig, wenn $M$ keinen freien Dedekindschnitt besitzt.

**Aufgabe 2**
Sei $(K, \leq)$ ein angeordneter Körper, welcher Dedekind-vollständig ist. Dann ist $K = \mathbb{R}$.

**Aufgabe 3**
Sei $(K, P)$ ein angeordneter Körper, sei $t$ eine Variable, und sei $Q \subseteq K(t)$ die Menge aller Brüche $\frac{f}{g}$ von Polynomen mit $g \neq 0$, für die entweder $f = 0$ ist oder die Leitkoeffizienten von $f$ und $g$ bezüglich $P$ dasselbe Vorzeichen haben.

(a) $Q$ ist eine Anordnung von $K(t)$, welche $P$ fortsetzt.
(b) Für alle $a \in K$ gilt $t \geq_Q a$. Insbesondere ist $(K(t), Q)$ nicht archimedisch.

**Aufgabe 4**
Der rationale Funktionenkörper $\mathbb{Q}(t_1, \ldots, t_n)$ in $n$ Variablen über $\mathbb{Q}$ hat sowohl archimedische wie nichtarchimedische Anordnungen.