Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer
A. Kunert
WS 2011/12

Übungen zur Vorlesung Reelle algebraische Geometrie I

Blatt 10

Abgabe: Montag, 9. Januar 2012, in der Vorlesung

Sei R ein reell abgeschlossener Körper.

Aufgabe 37
Sei $M \subseteq R^n$ eine nichtleere semialgebraische Menge. Für alle $x \in R^n$ existiert

$$d_M(x) \;:=\; \operatorname{dist}(x, M) \;:=\; \inf\{|y - x| \colon y \in M\}$$

in R. Die Abbildung $d_M \colon R^n \to R$ ist eine (stetige) semialgebraische Funktion, und $d_M^{-1}(0) = \overline{M}$.

Aufgabe 38
Sei $n \in \mathbb{N}$. Die semialgebraischen Mengen

$$R^n, \quad]0, \infty[^n, \quad]0, 1[^n \quad \text{und} \quad B_n := \{x \in R^n \colon |x| < 1\}$$

sind alle zueinander semialgebraisch homöomorph.

Aufgabe 39
Ist M eine lokal abgeschlossene semialgebraische Teilmenge von R^n, so gibt es eine abgeschlossene semialgebraische Einbettung $M \hookrightarrow R^{n+1}$.

Aufgabe 40
Sei $f = x^2 + y^2 - xyz \in R[x, y, z]$.

(a) Bestimme eine an f adaptierte CAD auf R^2 bezüglich der Projektion $R^3 \to R^2$, $(x, y, z) \mapsto (x, y)$.
(b) Dieselbe Aufgabe bezüglich der Projektion $R^3 \to R^2$, $(x, y, z) \mapsto (x, z)$.
(c) Inwiefern ist die zweite CAD besser als die erste?