Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer
A. Kunert
WS 2011/12

Übungen zur Vorlesung Reelle algebraische Geometrie I

Blatt 11

Abgabe: Montag, 16. Januar 2012, in der Vorlesung

Sei R stets ein reell abgeschlossener Körper.

Aufgabe 41

Sei M eine semialgebraische Menge. Genau dann ist M semialgebraisch zusammenhängend, wenn $\widetilde{M}$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 42

Sei $f\colon M \to N$ eine surjektive semialgebraische Abbildung zwischen semialgebraischen Mengen. Sei N s.a. zusammenhängend, und sei $f^{-1}(y)$ s.a. zusammenhängend für jedes $y \in N$. Zeige: Ist die Abbildung f offen oder semialgebraisch abgeschlossen, so ist M semialgebraisch zusammenhängend. Ohne weitere Voraussetzung an f braucht M nicht zusammenhängend zu sein.

(f heißt *semialgebraisch abgeschlossen*, falls für jede abgeschlossene semialgebraische Teilmenge A von M die Menge $f(A)$ abgeschlossen in N ist.)

Aufgabe 43

Sei M eine semialgebraische Teilmenge von $R^{n+1} = R^n \times R$, und sei

$$\pi\colon R^{n+1} \to R^n, \quad \pi(x,t) := x \quad (x \in R^n,\ t \in R)$$

die Projektion. Man zeige: Es gibt eine definierbare Abbildung $s\colon \pi(M) \to R$ mit $\big(x, s(x)\big) \in M$ für alle $x \in \pi(M)$.

Aufgabe 44

Sei M eine semialgebraische Menge und $U \subseteq M$ eine semialgebraische Teilmenge. Man formuliere und beweise ein Wegekriterium dafür, daß U offen in M ist.