Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer
A. Kunert
WS 2011/12

Übungen zur Vorlesung Reelle algebraische Geometrie I

Blatt 14

Abgabe: Montag, 6. Februar 2012, in der Vorlesung

Sei R stets ein reell abgeschlossener Körper.

Aufgabe 53
Bestimme bis auf Äquivalenz alle Darstellungen des Polynoms $f = x^4+1$ als Summe von Quadraten in $R[x]$.

Aufgabe 54
Das Polynom $f \in R[x_1, \dots, x_n]$ sei eine Summe von Quadraten von Polynomen. Für $i = 1, \dots, n$ sei $\deg_{x_i}(f) = 2d_i$. Für die Quadratsummenlänge von f gilt dann $l(f) \le (d_1 + 1) \cdots (d_n + 1)$.

Aufgabe 55
Sei $K \subseteq R^n$ eine unbeschränkte abgeschlossene semialgebraische Menge, sternförmig bezüglich einem Punkt $x_0 \in K$ (d.h., mit jedem $x \in K$ ist auch die Strecke $[x_0, x]$ in K enthalten). Dann enthält K eine von x_0 ausgehende Halbgerade.

Aufgabe 56
Für jedes Polynom $f \in R[x_1, \dots, x_n]$ ist die Menge G_f^+ aller psd Grammatrizen von f eine s.a. kompakte konvexe Menge. (*Hinweis:* Verwende Aufgabe 55.)