Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Patrick Kurth

15. Dezember 2011

Analysis I

8. Übungsblatt

Aufgabe 8.1

(*i*) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie alle n komplexen Lösungen $\zeta_1, \dots, \zeta_n \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^n - 1 = 0$.

(*ii*) Berechnen Sie $\prod_{k=1}^{n} \zeta_k$ und $\sum_{k=1}^{n} \zeta_k$.

Hinweis: Zeigen Sie, dass $z^n - 1 = (z-1) \sum_{k=0}^{n-1} z^k$.

Aufgabe 8.2 Geben Sie an, für welche $x \in \mathbb{R}$ folgende Funktionsterme definiert sind und untersuchen Sie die zugehörigen Funktionen auf Differenzierbarkeit. Berechnen Sie ggf. ihre ersten Ableitungen.

(*i*) $exp\left((x^2+1)^3\right)$,

(*ii*) $ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$,

(*iii*) $ln\left|sin\frac{5x^2-2}{x^2+1}\right|$,

(*iv*) $arcsin\left(\sqrt{1-x^2}\right)$.

Aufgabe 8.3 Untersuchen Sie, wie viele reelle Lösungen die Gleichung $2^x = 1 + x^2$ hat.

Aufgabe 8.4 Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ beschränkt und differenzierbar. Zeigen Sie, dass eine Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ existiert, mit $\lim_{n\to\infty} f'(x_n) = 0$.

Hinweis: Approximieren Sie $M = \sup_{x\in\mathbb{R}} f(x)$ und verwenden Sie den Satz von Bolzano&Weierstraß und den Mittelwertsatz.

Abgabe bis Donnerstag 22. Dezember 14.00 Uhr in die entsprechend gekennzeichneten Briefkästen auf F4.