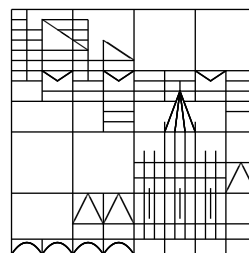


15. Dezember 2011



Analysis I

8. Übungsblatt

Aufgabe 8.1

(i) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie alle n komplexen Lösungen $\zeta_1, \dots, \zeta_n \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^n - 1 = 0$.

(ii) Berechnen Sie $\prod_{k=1}^n \zeta_k$ und $\sum_{k=1}^n \zeta_k$.

Hinweis: Zeigen Sie, dass $z^n - 1 = (z - 1) \sum_{k=0}^{n-1} z^k$.

Aufgabe 8.2 Geben Sie an, für welche $x \in \mathbb{R}$ folgende Funktionsterme definiert sind und untersuchen Sie die zugehörigen Funktionen auf Differenzierbarkeit. Berechnen Sie ggf. ihre ersten Ableitungen.

(i) $\exp((x^2 + 1)^3)$,

(ii) $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$,

(iii) $\ln \left| \sin \frac{5x^2 - 2}{x^2 + 1} \right|$,

(iv) $\arcsin(\sqrt{1 - x^2})$.

Aufgabe 8.3 Untersuchen Sie, wie viele reelle Lösungen die Gleichung $2^x = 1 + x^2$ hat.

Aufgabe 8.4 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ beschränkt und differenzierbar. Zeigen Sie, dass eine Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ existiert, mit $\lim_{n \rightarrow \infty} f'(x_n) = 0$.

Hinweis: Approximieren Sie $M = \sup_{x \in \mathbb{R}} f(x)$ und verwenden Sie den Satz von Bolzano&Weierstraß und den Mittelwertsatz.

Abgabe bis Donnerstag 22. Dezember 14.00 Uhr in die entsprechend gekennzeichneten Briefkästen auf F4.