

---

Übungsblatt 13 zur Reellen Algebraischen Geometrie

---

**Aufgabe 47.** Sei  $f: M \rightarrow N$  eine Abbildung,  $\mathcal{F}$  ein Filter auf  $M$  und

$$f(\mathcal{F}) := \{V \in \mathcal{P}(N) \mid \exists U \in \mathcal{F} : f(U) \subseteq V\}.$$

- (a) Zeige, dass  $f(\mathcal{F})$  ein Filter auf  $N$  ist.
- (b) Zeige, dass  $f(\mathcal{F})$  ein Ultrafilter auf  $N$  ist, wenn  $\mathcal{F}$  ein Ultrafilter auf  $M$  ist.

**Aufgabe 48.** Sei  $M$  eine Menge,  $\mathcal{S}$  eine boolesche Algebra auf  $M$  und  $\mathcal{U}$  ein Filter in  $\mathcal{S}$ . Zeige, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (a)  $\mathcal{U}$  ist ein Ultrafilter auf  $\mathcal{S}$ .
- (b)  $\mathcal{U}$  ist ein maximaler Filter auf  $\mathcal{S}$ .

**Aufgabe 49.** Sei  $M$  eine Menge,  $\mathcal{S}$  eine boolesche Algebra auf  $M$  und  $\mathcal{F}$  ein Filter in  $\mathcal{S}$ . Zeige, dass es einen Ultrafilter  $\mathcal{U}$  in  $\mathcal{S}$  gibt mit  $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{U}$ .

**Abgabe** bis Freitag, den 19. April, um 13:30 Uhr in die Zettelkästen neben F411.