
Übungsblatt 9 zur Linearen Algebra II

Wie immer, wenn nichts anderes gesagt ist, müssen alle Rechnungen händisch ausgeführt werden (in der Klausur können Rechnungen ja auch nur händisch ausgeführt werden) und der Rechenweg muss klar erkennbar sein.

Aufgabe 1: Finde jeweils einen ggT der angegebenen Elemente im jeweils angegebenen kommutativen Ring und schreibe ihn als gewichtete Summe dieser Elemente (mit Gewichten aus dem angegebenen kommutativen Ring):

- (a) 32404, 15692, 6210, 2070 in \mathbb{Z}
- (b) $15X^4 + 8X^3 + 2X$, $X^3 - X$, $5X^2 + 3X$ in $\mathbb{Q}[X]$
- (c) $X^5 + X^4 + 2X^3 + 5X^2 + 5X + 3$, $-X^4 - X^3 + X + 1$, $4X^3 + 12X^2 + 13X + 4$ in $\mathbb{Q}[X]$

Aufgabe 2:

- (a) Rechne $277^3 - 1 = 21253932$ nach.
- (b) Zeige $\gcd\{41352759, 277^3 - 1\} = 231021$.
- (c) Berechne für jedes $k \in \{0, \dots, 12\}$ den Binomialkoeffizienten $\binom{12}{k}$ sowie dessen Rest bei Division durch 277.
- (d) Zeige $\gcd\{278^{12} - 1, 277^3 - 1\} = \gcd\{1 + 12 \cdot 277 + 66 \cdot 277^2 + 220 + 495 \cdot 277 + 2 + 238 \cdot 277^2 + 924 + 792 \cdot 277 + 1 + 218 \cdot 277^2 + 220 + 66 \cdot 277 + 12 \cdot 277^2, 277^3 - 1\}$.
- (e) Zeige $\gcd\{278^{12} - 1, 277^3 - 1\} = 231021$.

Aufgabe 3: Berechne:

- (a) $\gcd\{201^{10} - 1, 200^3 + 2\}$
- (b) $\gcd\{X^{21} - X^{20} - 3X^{19} + 2X^{18} + 2X^{17} - X^{16} - 3X^{15} + 2X^{14} + X^{13}, X^8 - 1\}$
- (c) $\gcd\{(X^5 + 4X^3 - X^2 - 4)^5, X^5 + 3X^3 - X^2 - 3, X^2 - 1\}$
- (d) $\text{lcm}\{X^3 - 1, X^4 - 1\}$

Abgabe bis Freitag, den 22. Juni 2018, um 9:55 Uhr in das Fach Ihres Tutors neben dem Raum F411.