
Übungsblatt 11 zur Linearen Algebra II

Auf diesem Blatt kann man alle Aufgaben mit Hilfe der Smithschen Normalform lösen.

Aufgabe 1: Finde zu den folgenden Matrizen $M \in \mathbb{Z}^{m \times n}$ jeweils invertierbare Matrizen $P \in \mathbb{Z}^{m \times m}$ und $Q \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ derart, dass sich PMQ in Smithscher Normalform befindet.

(a) $M := \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $M := \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2:

(a) Bestimme alle $x \in \mathbb{Z}^2$ mit $28x_1 + 49x_2 = 14$.

(b) Bestimme alle $x \in \mathbb{Z}^3$ mit $x_1 + 6x_3 = 3x_2 + 1$ und $3x_3 + 2x_1 = 3x_2 + 5$.

Aufgabe 3: Seien A ein Hauptidealring, $n \in \mathbb{N}_0$ und $a_1, \dots, a_n \in A$. Zeige: Genau dann gibt es eine invertierbare Matrix aus $A^{n \times n}$ mit $(a_1 \dots a_n)$ als erster Zeile, wenn 1 ein ggT von $a_1, \dots, a_n$ ist.

Abgabe bis Freitag, den 6. Juli 2018, um 9:55 Uhr in das Fach Ihres Tutors neben dem Raum F411.