Oliver Schnürer, Matthias Makowski Universität Konstanz Sommersemester 2010

Übungen zur Vorlesung Differentialgeometrie I

Blatt 7

Aufgabe 7.1.

(i) Sei M eine differenzierbare Mannigfaltigkeit. Definiere die Abbildung
$$\Delta : M \to M \times M, \quad x \mapsto (x, x).$$
Weise nach, dass $\Delta(M)$ eine Untermannigfaltigkeit von $M \times M$ ist.

(ii) Sei $M = \{x \in \mathbb{R}^4 : x_1^2 + x_2^2 = x_3^2 + x_4^2 = 1\}$. Zeige, dass M eine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^4$ ist.

Aufgabe 7.2. Welche der folgenden Mengen sind Untermannigfaltigkeiten des dahinter angegebenen Raumes? Wenn eine der Mengen eine Untermannigfaltigkeit darstellt, welche maximale Differenzierbarkeit kann man für den Atlas erhalten? Punkte gibt es nur für bewiesene Antworten.

(i) $[0,1]^n \subset \mathbb{R}^n$
(ii) $(0,1)^n \subset \mathbb{R}^n$
(iii) $\partial([0,1]^n) \subset \mathbb{R}^n$
(iv) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| = |y|\} \subset \mathbb{R}^2$
(v) $\{(\sin t, \sin 2t) : t \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$

Aufgabe 7.3. Zeige, dass das Vektorbündel $T\mathbb{S}^3$ trivial ist.

Aufgabe 7.4. Sei M eine differenzierbare C^∞-Mannigfaltigkeit und seien X, Y, Z drei C^2-Vektorfelder. Dann gilt die Jacobiidentität
$$[X,[Y,Z]] + [Y,[Z,X]] + [Z,[X,Y]] = 0.$$

Abgabe: Bis Dienstag, 08.06.2010, 10.00 Uhr, in die Briefkästen bei F 411.