

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG ELEMENTARE DIFFERENTIALGEOMETRIE

Blatt 9

Aufgabe 9.1. (4 Punkte)

- (i) Sei $N \in \mathbb{S}^n$ der Nordpol. Wir definieren nun eine Abbildung

$$\varphi^N : \mathbb{S}^n \setminus \{N\} \rightarrow \mathbb{R}^n,$$

indem wir einem Punkt $x \in \mathbb{S}^n$ den Schnittpunkt der N und x verbindenden Geraden mit der Ebene $\mathbb{R}^n \equiv \mathbb{R}^n \times \{0\}$ zuweisen. Weiterhin definieren wir

$$\tilde{\varphi}^N : \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{(0, \dots, 0, z) : z \geq 0\}$$

durch $\tilde{\varphi}^N(x) := \left(\varphi^N \left(\frac{x}{|x|} \right), |x| \right)$. Zeige nun, dass $\tilde{\varphi}^N$ eine Untermannigfaltigkeits-Karte von $\mathbb{S}^n$ ist.

- (ii) Skizziere eine weitere Auswahl von Karten, mit welcher $\mathbb{S}^n$ zu einer Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^{n+1}$ wird.

Aufgabe 9.2. (4 Punkte)

- (i) Sei $M = \{x \in \mathbb{R}^3 : \text{dist}(x, \mathbb{S}^1 \times \{0\}) = \frac{1}{4}\}$. Zeige, dass M eine Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ ist.
(ii) Es bezeichne $O(n)$ den Raum der orthogonalen $n \times n$ -Matrizen. Zeige, dass $O(n)$ eine differenzierbare Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^{n \times n}$ ist.

Webseite: <http://www.math.uni-konstanz.de/~makowski/veranstaltungen13.html#ELDG>

Abgabe: Bis Mittwoch, 26.06.2013, 15.15 Uhr, in der Vorlesung.