Oliver Schnürer, Matthias Makowski Universität Konstanz Wintersemester 2013/2014

Übungen zur Vorlesung Partielle Differentialgleichungen II

Blatt 14

Aufgabe 14.1. (3 Zusatzpunkte)
Sei f wie in Lemma 3.17 in L^p, $1 < p < \infty$.
Folgt dann auch $f_m \to f$ in $L^p(K_0)$?

Aufgabe 14.2. (3+3+4 Punkte)
Sei $u : \mathbb{R}^n \times [0, \infty) \to \mathbb{R}$ eine $\mathbb{Z}^n$-periodische Lösung von

$$\dot{u} = e^{-u} \Delta u \,.$$

(i) Zeige C^0-Schranken für u in Abhängigkeit von $\|u(\cdot, 0)\|_{C^0}$.
(ii) Zeige, dass u für $t > \varepsilon > 0$ gleichmäßig hölderstetig ist.
(iii) Benutze parabolische Schaudertheorie, also

$$\|u\|_{C^{2,\beta}(Q(r/2))} \le c\left(r, n, \alpha, \beta, \|a^{ij}\|_{C^{0,\alpha}}, \|b^i\|_{C^{0,\alpha}}, \|d\|_{C^{0,\alpha}}, \vartheta\right) \cdot \left(\|u\|_{C^{0,(Q(r))}} + \|f\|_{C^{0,\alpha(Q(r))}}\right)$$

für $0 < \beta \le \frac{\alpha}{2}$ und $Lu = -\dot{u} + a^{ij} u_{ij} + b^i u_i + du = f$ mit $a^{ij}\xi_i\xi_j \ge \vartheta |\xi|^2$, um höhere Regularität von u für $t > \varepsilon > 0$ zu zeigen.

Aufgabe 14.3. (6 Punkte)
Zeige, dass die Gleichung

$$(\det D^2 u)^{1/n} = f$$

im Kegel $D^2 u \in \mathrm{Sym}_n^+$ elliptisch und

$$D^2 u \mapsto (\det D^2 u)^{1/n}$$

konkav ist.
Wie sehen Teilmengen aus, in denen die Gleichung gleichmäßig elliptisch ist.

Abgabe:
Bis Montag, 10.02.2014, 13:30 Uhr, in der Vorlesung oder am darauffolgenden Tag in den Übungsgruppen.