Matthias Makowski, Marcello Sani Universität Konstanz Wintersemester 2011/2012

Übungen zur Vorlesung Topologie

Blatt 2

Aufgabe 2.1. (4 Punkte)
Sei X ein topologischer Raum. Zeige die folgenden Aussagen:

(i) $A \subset X$ ist genau dann offen, wenn $A \cap \partial A = \emptyset$ gilt.
(ii) $\overline{A} = A \cup \partial A$.
(iii) $\operatorname{int}(A \cap B) = \dot{A} \cap \dot{B}$.
(iv) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Aufgabe 2.2. (4 Punkte)
Sei X eine Menge.

a) Sei I eine Indexmenge und sei $(\mathcal{O}_i)_{i\in I}$ eine Familie von Topologien auf X. Zeige, dass $\bigcap_{i\in I} \mathcal{O}_i$ eine Topologie auf X ist.
b) Sei $\mathcal{S}$ eine Subbasis einer Topologie $\mathcal{O}$ auf X. Sei
$$I = \{\mathcal{O}' \subset \mathcal{P}(X) : \mathcal{S} \subset \mathcal{O}' \text{ und } \mathcal{O}' \text{ ist eine Topologie auf X}\}.$$
Zeige, dass
$$\mathcal{O} = \bigcap_{\mathcal{O}'\in I} \mathcal{O}'$$
gilt.

Abgabe: Bis Dienstag, 08.11.2011, 17.45 Uhr