Matthias Makowski,
Marcello Sani

Universität Konstanz

Wintersemester 2011/2012

Übungen zur Vorlesung Topologie

Blatt 4

Aufgabe 4.1. (4 Punkte)

(i) Sei $(X, \mathcal{O})$ ein topologischer Raum, $E \subset X$. Die offenen (bzw. abgeschlossenen) Teilmengen von E sind genau dann offen (bzw. abgeschlossen) in X bezüglich der natürlichen Inklusion, wenn die Menge E offen (bzw. abgeschlossen) in X ist.

(ii) Seien A, B Mengen und sei $X = A \cup B$ ein topologischer Raum. Versehe $A \subset X$ und $B \subset X$ mit der Unterraumtopologie. Sei M eine Menge mit $M \subset A \cap B$. Ist $M \subset A \cap B$ offen (abgeschlossen) in A und in B, so ist M auch offen (abgeschlossen) in X.

Aufgabe 4.2. (4 Punkte)
Sei (X, d) ein metrischer Raum, $A \subset X$. Zeige, dass die folgenden Funktionen stetig sind:

(i) Die Metrik $d : X \times X \to \mathbb{R}$.

(ii) $f : X \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) := d(x, A) \equiv \inf\limits_{y \in A} d(x, y)$.

Aufgabe 4.3. (4 Punkte)
Seien X und Y topologische Räume und gelte $A \subset X$ sowie $B \subset Y$. Zeige:

(i) $\operatorname{int}(A \times B) = \operatorname{int} A \times \operatorname{int} B$

(ii) $\overline{A \times B} = \overline{A} \times \overline{B}$

(iii) $\partial(A \times B) = \big(\partial A \times \overline{B}\big) \cup \big(\overline{A} \times \partial B\big)$

Aufgabe 4.4. (4 Punkte)
Sei $X = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \subset \mathbb{R}^4$ und sei $Y = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 + (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$. Wir versehen beide Räume mit der jeweiligen Unterraumtopologie. Zeige, dass X und Y homöomorph zueinander sind.

Abgabe: Bis Dienstag, 06.12.2011, 17.45 Uhr