

Proseminar *Konvexe Mengen und Polyedergeometrie*

(WS 2021/2022)

Das Proseminar wendet sich an Studierende im 3. Semester. Sofern die Pandemielage das zulässt, wird es als Präsenzveranstaltung an der Universität stattfinden. Als Teilnehmer(in) halten Sie einen Vortrag von etwa 75 Minuten. Darin sollen Sie zeigen, dass Sie in der Lage sind, aus der angegebenen Fachliteratur die wichtigen Inhalte zu extrahieren und in eigener Weise zu präsentieren. Dazu gehört auch, dass Sie sich eigene Gedanken über eine gute Wahl der Notation machen und diese nicht blindlings aus einem Buch übernehmen (jedes Buch hat ohnehin meistens seine eigenen Bezeichnungen). Das Hauptziel des Vortrags ist nicht, den Dozenten davon zu überzeugen, dass Sie den Stoff verstanden haben, sondern vor allem so vorzutragen, dass Ihre Kommiliton(inn)en Ihrem Vortrag folgen können.

Im Vortrag dürfen Sie ein Manuskript benutzen. Aber Sie sollen nicht daran kleben, sondern sollen versuchen, so frei wie möglich zu sprechen. Die Benutzung eines Laptops oder von projizierten Folien ist nur für einzelne Illustrationen erlaubt, ansonsten tragen Sie an der Tafel vor. Planen Sie viel Zeit für die Vorbereitung ein, beginnen Sie damit spätestens 2 Monate vor dem Vortrag. Das Proseminar wird betreut von Thorsten Mayer. Kommen Sie frühzeitig (spätestens 3 Wochen vor dem Vortrag) und gut vorbereitet zu einer Vorbesprechung mit Thorsten. Halten Sie - sofern möglich - Teile Ihres Vortrags rechtzeitig vor dem eigentlichen Termin einmal an der Tafel zur Probe, zum Beispiel mit einem Freiwilligen als Zuhörer, um ein Gefühl für die Zeit zu bekommen, die Sie benötigen — darin kann man sich leicht sehr verschätzen! Überlegen Sie *vor* dem Vortrag, was Sie an die Tafel schreiben und was Sie nur mündlich erwähnen wollen. Im Proseminar wird erwartet, dass Sie mit 75 Minuten auskommen.

Zum Vortrag sollen Sie ein mit \TeX gesetztes schriftliches Handout von etwa 2-4 Seiten anfertigen, das eine Zusammenfassung Ihres Vortrags enthält: Verwendete Begriffe, Bezeichnungen und Definitionen, Lemmata und Sätze, eventuell Beispiele und Skizzen von Beweisen. Das Handout wird am Ende Ihres Vortrags verteilt.

Vorbesprechung: Mittwoch 28. Juli 2021, 10.00 Uhr,
Raum D 301 (und evtl. via Zoom)

In der Vorbesprechung wird der Termin für das Proseminar festgelegt, und es werden die Vortragsthemen kurz vorgestellt und anschließend vergeben. Wenn Sie interessiert sind und teilnehmen wollen, melden Sie sich bitte bis **spätestens Montag, 26. Juli 2021, 12.00 Uhr**, per E-Mail an thorsten.mayer@uni-konstanz.de zur Vorbesprechung an. Geben Sie dabei bitte an, ob Sie in Präsenz oder online an der Vorbesprechung teilnehmen möchten. Im ersten Fall senden Sie bitte zur Kontaktnachverfolgung Ihre Anschrift mit.

Bei Fragen kontaktieren Sie uns gerne:

claus.scheiderer@uni-konstanz.de, thorsten.mayer@uni-konstanz.de

LISTE DER VORTRÄGE

Die ersten Grundbegriffe (konvexe Menge, konvexe Hülle, Konvexkombinationen) arbeitet jede Teilnehmerin und jeder Teilnehmer selbst durch. Siehe etwa [B] S. 1-7, [W] 49-55. Wir arbeiten generell in endlich-dimensionalen \mathbb{R} -Vektorräumen. Wenn Sie einen Vortrag übernehmen, erhalten Sie dazu noch genauere Hinweise.

1. Vortrag: *Der Satz von Carathéodory*

Affinkombinationen, affine Hülle, Dimension konvexer Mengen, Satz von Carathéodory, Abschluß und relatives Inneres von konvexen Mengen

Lit: [B] 10-12, 41-42, 47-49; [W] 61-65

2. Vortrag: *Die Sätze von Radon und Helly*

Sätze von Radon und Helly sowie ein oder zwei ausgewählte Anwendungen

Lit: [B] 17-24

3. Vortrag: *Trennungssätze und Seiten*

Halbräume, Isolationssatz, weitere Trennungssätze; Seiten und exponierte Seiten, Beispiele für nichtexponierte Seiten, Eigenschaften von Seiten

Lit: [W] 68-73, 79-83, [B] 50-51, 105-108

4. Vortrag: *Krein-Milman und Fourier-Motzkin Elimination*

Extremalpunkte, Satz von Krein-Milman, Definition von Polytopen und Polyedern, Beispiele, Verhalten von Polyedern unter linearen Transformationen und Fourier-Motzkin Elimination

Lit: [B] 51-55, 37-39

5. Vortrag: *Polyeder*

Seitenstruktur von Polyedern, 1. Teil des Satzes von Minkowski-Weyl, Beispiele

Lit: [B] 53-55, [W] 110-115

6. Vortrag: *Dualität*

Polare Menge zu einer konvexen Menge, Bipolarensatz, 2. Teil des Satzes von Minkowski-Weyl, Seiten des dualen Polytops

Lit: [B] 143-147, [W] 99-104

7./8. Vortrag: *Spezielle Polytope, Satz von Schur*

Birkhoffpolytop und doppelt-stochastische Matrizen, Permutaeder, Illustration, Seitenstruktur des Permutaeders, Satz von Rado, Satz von Schur (-Horn)

Lit: [B] 56-60, 254-257

9. Vortrag: *Eulercharakteristik von Polytopen*

Eulercharakteristik, Euler-Poincaré Formel, Beispiele

Lit: [B] 28-32, 258-262

10. Vortrag: *Konvexe Kegel*

Definition, spitze Kegel, Extrempunkte und -strahlen, Zusammenhang zwischen dualem und polarem Kegel, Bidualität, spitz bzw. volle Dimension für C und C^* , Kegel der psd Matrizen und seine Seitenstruktur

Lit: [B] 65-67, 78-82

11. Vortrag: *Facettendarstellung und Normalenfächer von Gitterpolytopen*

Facettendarstellung eines volldimensionalen Polytops, Darstellung der Polare als Polytop, Beispiele für Gitterpolytope, deren Polare wieder Gitterpolytop ist oder eben nicht, Definition Fächer ([Z]), Normalenfächer eines Gitterpolytops, Plausibilitätsbetrachtungen an Beispielen

Lit: [CLS] 64, Exercise 2.2.1(a) (73), 88 oder 382, 76-77, [Z] 7.1

12. Vortrag: *Gitterpunkte und der Satz von Pick*

Gitterpunkte in Polytopen zählen, Satz von Pick

Lit: [BR] 26-31, 38-40

LITERATUR

- [B] A. Barvinok: *A Course in Convexity*. Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2002.
- [BR] M. Beck und S. Robins: *Computing the Continuous Discretely*. Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 2015.
- [CLS] D. Cox, J. Little und H. Schenck: *Toric Varieties*. Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2011.
- [G] B. Grünbaum: *Convex Polytopes*. Second Edition. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2003.
- [Pl] D. Plaumann: Konvexität. Vorlesungsskript, Uni Konstanz, WS 2011/12, www.math.uni-konstanz.de/~plaumann/KonvexWS11/konvex.pdf
- [W] R. Webster: *Convexity*. Oxford University Press, 1994.
- [Z] G. M. Ziegler: *Lectures on Polytopes*. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1995.