



Fachseminar über Themen aus der *Algebraischen Geometrie*
(WS 2022/23)

ALGEBRAISCHE KURVEN UND DER SATZ VON BÉZOUT

Vortrag 1: Affine Kurven, Mehrfachpunkte und Tangenten

Konzept von affinen Kurven, Definition von Koordinatenring und lokalen Ringen, Definition von Mehrfachpunkten, Definition von Tangenten, Beispiele dazu. Diskrete Bewertungsringe.

Literatur: [F] 3.1

Vortrag 2: Vielfachheiten und lokale Ringe, Schnittzahlen

Ordnungsfunktion in lokalen Ringen zu einfachen Punkten. Wie spiegeln sich Mehrfachpunkte im lokalen Ring wieder?
Gewünschte Eigenschaften der Schnittzahl, Eindeutigkeit der Schnittzahl bzw. Algorithmus zur Berechnung, Beispiele.

Literatur: [F] 3.2, 3.3

Vortrag 3: Schnittzahlen II

Beweis der Existenz der Schnittzahl, weitere Eigenschaften.

Literatur: [F] 3.3

Vortrag 4: Satz von Bézout

Projektive Kurven, Formulierung und Beweis des Satzes von Bézout, Beispiele und Folgerungen.

Literatur: primär [F] 5.3, aber Kapitel 4 wird auch nötig sein

Vortrag 5: Max Noethers Fundamentalsatz

Formulierung und Beweis des Fundamentalsatzes von Max Noether, Anwendungen.

Literatur: [F] 5.5, 5.6

KUBISCHE KURVEN UND FLÄCHEN

Vortrag 6: Tangentialraum

Glatte und singuläre Punkte affiner Varietäten, Tangentialraum, Dimension.

Literatur: [H] 3.1, 3.2

Vortrag 7: Ebene Kubiken

Klassifikation singulärer Kubiken, Wendepunkte und Klassifikation glatter Kubiken.

Literatur: [H] 4.1, 4.2, 4.3

Vortrag 8: Kubische Flächen

Resultante, Existenz einer Geraden in einer kubischen Fläche.

Literatur: [H] 5.1

Vortrag 9: Konfigurationen von Geraden in einer Kubik

Ergänzung: Singuläre Punkte auf Quadriken. Konfiguration von Geraden in einer Kubik, die in einer Ebene enthalten sind. Konfiguration der zehn Geraden, die eine gegebene Gerade schneiden.

Literatur: [H] 5.2

Vortrag 10: 27 Geraden

Transversale auf einer glatten Quadrik, Existenz und Konfiguration der 27 Geraden auf einer glatten kubischen Fläche, Beispiel.

Literatur: [H] 5.2

LITERATUR

- [F] W. Fulton: *Algebraic Curves*. New York: Addison-Wesley, 1989.
<http://www.math.lsa.umich.edu/~wfulton/CurveBook.pdf>
- [H] K. Hulek: *Elementare Algebraische Geometrie*. 2., überarbeitete Auflage, Berlin: Springer, 2012.
<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-8348-2348-9>
- [P] D. Plaumann: *Einführung in die Algebraische Geometrie*. Berlin: Springer, 2020.
<https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-662-61779-3>