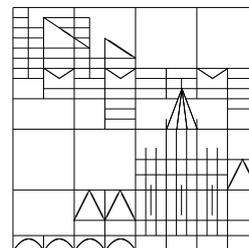


Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
PROF. DR. HEINRICH FREISTÜHLER
DIPL. FIN. ÖKON. THILO MOSELER

27. Oktober 2008



Analysis III 1. Übungsblatt

Die folgenden Aufgaben sind zum Vortragen in den Übungstunden vom 5. 11. 2008 bis 7. 11. 2008 vorzubereiten. Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten und bis zum 3. 11. 2008 um 10.00 Uhr in die gekennzeichneten Briefkästen einzuwerfen.

Aufgabe 1.1

$L, R, U > 0$ seien reelle Konstanten. Bestimmen Sie die Lösung $I(t), t > 0$, des Anfangswertproblems

$$LI'(t) + RI(t) = V(t), \quad I(0) = 0$$

für den Fall $V(t) = U$.

Aufgabe 1.2

- (a) Bestimmen Sie für beliebige Werte der Parameter $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ alle Lösungen des Differentialgleichungssystems

$$\dot{x}_1(t) = \alpha x_1(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \beta x_2(t)$$

- (b) Skizzieren Sie die Orbits der Lösungen in den Fällen

1. $\alpha < \beta < 0$,
2. $\alpha < 0 < \beta$,
3. $0 < \alpha < \beta$,
4. $\alpha = \beta < 0$,
5. $\alpha = \beta > 0$,
6. $\beta < \alpha < 0$,
7. $\beta < 0 < \alpha$,
8. $0 < \beta < \alpha$.

Aufgabe 1.3

- (i) Sind die folgenden Differentialgleichungen linear oder nichtlinear, autonom oder nicht autonom?

(a) $x'' = x^2 + t^2$

(b) $(x' + x^2)^3 = 1$

(c) $\begin{aligned} x'_1 &= x_2 \\ x'_2 &= -x_1 \end{aligned}$

(d) $x = x''$

(e) $\exp(x') + \sin(x) = 2$

(f) $x'(t) \cos(t) + x''(t) \exp(t) + x(t) \sin(t) = \cosh(t)$.

(ii) Gibt es unter diesen Gleichungen 2 die zueinander äquivalent sind?

(iii) Welche dieser Gleichungen sind implizit? Formen Sie sie in äquivalente explizite um.

Aufgabe 1.4 Zeigen Sie, dass die angegebenen Funktionen Lösungen der jeweiligen Differentialgleichungen bzw. Anfangswertprobleme auf den gegebenen Intervallen sind (C , C_1 und C_2 sind beliebige Konstanten).

1. $y'(x) = x + \cos(x)$; $y(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sin(x)$ auf $I = (-\infty, \infty)$,

2. $y'(x) = 2xy$; $y(x) = Ce^{x^2}$ auf $I = (-\infty, \infty)$,

3. $y'(x) = 2xy + 1$; $y(x) = Ce^{x^2} + e^{x^2} \int_0^x e^{-u^2} du$ auf $I = (-\infty, \infty)$,

4. $y'(x) = -4xy + 8x$; $y(x) = Ce^{-2x^2} + 2$ auf $I = (-\infty, \infty)$,

5. $y'(x) = xy^2, y(0) = 1$; $y(x) = \frac{2}{2-x^2}$ auf $I = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$,

6. $y^2 y' - x^2 = 0, y(0) = 2$; $y(x) = \sqrt[3]{x^3 + 8}$ auf $I = (-2, \infty)$,

7. $y'' + y = 0$; $y(x) = C_1 \cos(x) + C_2 \sin(x)$ auf $I = (-\infty, \infty)$,

8. $y'' - y = 0$; $y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$ auf $I = (-\infty, \infty)$.