Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Gottfried Barthel
Sabine Burgdorf/Daniel Plaumann
WS 2007/2008

# LINEARE ALGEBRA I

Präsenzübung

**1.** Seien $x = \binom{x_1}{x_2}, y = \binom{y_1}{y_2} \in \mathbb{R}^2$, $y \neq 0$. Beweisen Sie die folgende Äquivalenz: Genau dann gibt es ein $a \in \mathbb{R}$ mit $x = ay$, wenn gilt:

$$x_1y_2 - y_1x_2 = 0.$$

**2.** Seien $A$ und $B$ zwei Mengen. Zeigen Sie:

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

**3.** Seien $x, y \in \mathbb{R}^n$ derart, dass $\langle x, z\rangle = \langle y, z\rangle$ für alle $z \in \mathbb{R}^n$ erfüllt ist. Gilt dann $x = y$?

**4.** Betrachten Sie die folgenden vier Axiome für die Addition in $\mathbb{R}$:

(A1) Für alle $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt: $(a + b) + c = a + (b + c)$.
(A2) Für jedes $a \in \mathbb{R}$ gilt: $a + (-a) = 0$.
(A3) Für jedes $a \in \mathbb{R}$ gilt: $a + 0 = a$.
(A4) Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $a + b = b + a$.

Zeigen Sie: Für alle $a, b \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung $a + x = b$ genau eine Lösung in $\mathbb{R}$. Verwenden Sie im Beweis nur die Axiome (A1)–(A4) und geben Sie in jedem Schritt an, welche Axiome Sie verwendet haben.