



## TORISCHE VARIETÄTEN

### 4. Übungsblatt

10. Es sei  $\tau > 0$  eine irrationale reelle Zahl und

$$\sigma = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid a \geq 0 \text{ und } b \geq \tau a\}.$$

Zeige, dass die Halbgruppe  $\sigma \cap \mathbb{N}^2$  nicht endlich-erzeugt ist.

11. Sei  $d > 0$  eine natürliche Zahl und  $\sigma = \text{Cone}(de_1 - e_2, e_2) \subset \mathbb{R}^2$ . Zeige, dass der duale Kegel  $\sigma^\vee$  (aufgefasst als Kegel in  $\mathbb{R}^2$ ) mit  $\text{Cone}(e_1, e_1 + de_2)$  übereinstimmt. Zeige weiter, dass die affine Halbgruppe  $S_\sigma = \sigma^\vee \cap \mathbb{Z}^2$  von den Gitterpunkten  $(1, i)$  für  $0 \leq i \leq d$  erzeugt wird.