



TORISCHE VARIETÄTEN

7. Übungsblatt
Besprechung am 17. Januar

Es sei $M \subset M_{\mathbb{R}}$ ein Gitter.

18. Es sei $P \subset M_{\mathbb{R}}$ ein Gitterpolytop, sei $P' = \{(m, 1) \mid m \in P\} \subset M_{\mathbb{R}} \times \mathbb{R}$ und $C = \text{Cone}(P')$. Zeige, dass P genau dann normal ist, wenn die Halbgruppe $C \cap (M \times \mathbb{Z})$ von $P' \cap (M \times \{1\})$ erzeugt wird.

19. Es sei $a \geq 1$ eine ganze Zahl und sei

$$P = \text{Conv}(0, ae_1, ae_2, e_3) \subset \mathbb{R}^3.$$

- (a) Bestimme die Facettendarstellung von P und zeige, dass die Halbstrahlgeneratoren $u_0, u_1, u_2, u_3 \in N$ der nach innen gerichteten Facettennormalen so nummeriert werden können, dass $u_0 + u_1 + u_2 + au_3 = 0$ gilt.
- (b) Zeige, dass $P \cap \mathbb{Z}^3 + (kP) \cap \mathbb{Z}^3 = ((k+1)P) \cap \mathbb{Z}^3$ gilt und P damit normal ist.