Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

7. Mai 2008

Funktionentheorie
2. Übungsblatt

Aufgabe 2.1 Seien $G \subset \mathbb{C}$ ein konvexes Gebiet und f eine in G holomorphe Funktion. Gilt $\operatorname{Re} f'(z) \neq 0$ für alle $z \in G$, so ist f injektiv.

Aufgabe 2.2 Berechnen Sie:

a) $\int_{\partial B(0,2)} \frac{e^z}{(z+1)(z-3)^2} \mathrm{d}z$,

b) $\int_{\partial B(-2i,2)} \frac{1}{z^2+1} \mathrm{d}z$,

c) $\int_{\partial B(0,1)} \frac{e^z}{(z-2)^3} \mathrm{d}z$.

Aufgabe 2.3 Entwickeln Sie folgende Funktionen in eine Potenzreihe um den Punkt 0:

a) $\cos(z^2 - 1)$,

b) $\frac{1}{(1-z^2)(z^2+4)}$.

Aufgabe 2.4 Es sei $f : \{z \in \mathbb{C} \,|\, \operatorname{Re} z > 0\} \to \mathbb{C}$ holomorph und beschränkt. Zeigen Sie, dass dann f für jedes $c > 0$ gleichmäßig stetig ist in $\{z \in \mathbb{C} \,|\, \operatorname{Re} z > c\}$.

Aufgabe 2.5 Beweisen Sie, dass die durch die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}$$

definierte Funktion f in $B(0, 2/3)$ injektiv ist.

Abgabetermin: Mittwoch, 14. Mai 2008, vor 12:00 Uhr in die Briefkästen bei F411.