Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

22. Oktober 2010

Mathematik für Physiker I

1. Übungsblatt

Aufgabe 1.1 a) Seien $p, q \in \mathbb{R}$, die Zahl $D = \frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}$ sei positiv, und sei $w = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}}$, wobei der Radikand als positiv vorausgesetzt wird. Zeigen Sie, dass die durch die Cardanische Formel gelieferte Zahl $w - \frac{p}{3w}$ die kubische Gleichung $x^3 + px + q = 0$ löst.

b) Gegeben sei eine kubische Gleichung $y^3 + ay^2 + by + c = 0$ mit reellen a, b, c und gesuchtem y. Transformieren Sie diese Gleichung auf eine kubische Gleichung der Gestalt $x^3 + px + q = 0$.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $y = x + k$ mit einem zu bestimmenden $k \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 1.2 Beweisen Sie: Addition und Multiplikation komplexer Zahlen sind kommutativ und assoziativ. Außerdem gilt das Distributivgesetz. Die komplexe Zahl $(0, 0)$ ist neutrales Element für die Addition, und die komplexe Zahl $(1, 0)$ ist neutrales Element für die Multiplikation.

Aufgabe 1.3 Die Einheitssphäre um den Ursprung in der komplexen Ebene wird mit S^1 bezeichnet, d.h. $S^1 = \{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| = 1\}$. Seien $w, z \in S^1$. Beweisen Sie:

a) $z^{-1} = \bar{z}$ und $z^{-1} \in S^1$,

b) $z \cdot w \in S^1$,

c) $\frac{z}{w} \in S^1$.

Aufgabe 1.4 Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Ebene

a) $\{z \in \mathbb{C} \,|\, \operatorname{Re} z > 0\}$,

b) $\{z \in \mathbb{C} \,|\, z = \bar{z}\}$,

c) $\{z \in \mathbb{C} \,|\, -\varphi < \arg z < \varphi\}$, wobei $0 < \varphi < \pi$ und $\arg z$ das Argument von z bezeichnet,

d) $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z - 1| < 1\}$.

Abgabe: Freitag, 29. Oktober 2010, in der Vorlesung.