Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

17. Dezember 2010

Mathematik für Physiker I

9. Übungsblatt

Aufgabe 9.1 Sei X ein normierter Raum, und sei $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset X$ eine gegen $x \in X$ konvergierende Folge. Zeigen Sie, dass dann $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt ist, d.h., es gibt ein $C > 0$ mit $\|x_n\| \leq C$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 9.2 Sei M eine Teilmenge des euklidischen Raumes $\mathbb{R}^m$, $m \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

a) M ist genau dann abgeschlossen, wenn $\partial M \subset M$.

b) M ist genau dann offen, wenn $X \backslash M$ abgeschlossen ist.

Aufgabe 9.3 Zeigen Sie, dass $(C^1([0,1],\mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty)$ kein Banachraum ist, wobei $\|u\|_\infty = \max_{x\in[0,1]} |u(x)|$ für $u \in C^0([0,1],\mathbb{R}) \supset C^1([0,1],\mathbb{R})$.

Aufgabe 9.4 Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz. Beweisen Sie direkt unter Verwendung der Definition, dass die jeweilige Folge konvergiert oder divergiert.

a) $\left(e^{\frac{1}{n^2}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$,

b) $\left((a^n + b^n)^{1/n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ ($a, b > 0$ fest).

Hinweis: Ziehen Sie das Maximum von a und b aus den Klammern heraus.

c) $(\cos \pi n)_{n\in\mathbb{N}}$,

Aufgabe 9.5 Malen Sie aus:

Abgabe: Freitag, 14. Januar 2011, in der Vorlesung.

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und viel Erfolg im Neuen Jahr!