Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

27. Mai 2011

Mathematik für Physiker II

6. Übungsblatt

Aufgabe 6.1 Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}$,

$$x \mapsto f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} \sin((2n+1)x)$$

eine Regelfunktion ist, und berechnen Sie $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

Hinweis: Es gilt $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = -\ln(2)$ (Taylorscher Satz für $x \mapsto \ln(1+x)$).

Aufgabe 6.2 Stellen Sie die Funktionen

a) $f_1\colon [0, \pi]$, $x \mapsto x^2$,

b) $f_2\colon [-\pi, \pi]$, $x \mapsto |\sin(x)|$

in der Form

$$f(x) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos(jx) + b_j \sin(jx))$$

für gewisse $a_0, a_j, b_j \in \mathbb{R}$, $j \in \mathbb{N}$, dar.

Aufgabe 6.3 Untersuchen Sie die Funktionenfolgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und gleichmäßige Konvergenz, wobei

a) $a_n\colon [0,1] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{n^2 x}{1+n^2x^2}$ für $n \in \mathbb{N}$,

b) $b_n\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 2nxe^{-nx^2}$ für $n \in \mathbb{N}$,

c) $c_n\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{\sin nx}{\sqrt{n}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 6.4 Seien $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zwei Regelfunktionen mit $f(x) = g(x) = 0$ für $|x| \geq R$ für ein $R > 0$. Beweisen Sie

a) $f * g = g * f$,

b) $(f * g)' = f' * g = f * g'$, falls f, g stetig differenzierbar sind,

c) $\|f * g\|_{L^\infty(\mathbb{R})} \leq \|f\|_{L^\infty(\mathbb{R})} \|g\|_{L^1(\mathbb{R})}$.

Abgabe: Gruppe 1: Mi., 1. Juni, 13 – 15 Uhr in F526 oder F529
oder elektronisch an `patrick.kurth@uni-konstanz.de` bis Fr., 29. Mai, 12 Uhr
Andere Gruppen: Mo., 6. Juni, 8:30 - 10:15 Uhr in F524, F526 oder F529