Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

10. Juni 2011

Mathematik für Physiker II

8. Übungsblatt

Aufgabe 8.1 Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale:

a) $\int_{\gamma_1} 1 \,\mathrm{d}x$, $\gamma_1 \colon [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \begin{pmatrix} r\cos^3(t) \\ r\sin^3(t) \end{pmatrix}$, $r > 0$ fest,

b) $\int_{\gamma_2} |x|^2 \mathrm{d}x$, $\gamma_2 \colon [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$, $t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$,

c) $\int_{\gamma_3} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{d}x$, $\gamma_3 \colon [0,1] \to \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ t^2 \end{pmatrix}$,

d) $\int_{\gamma_4} \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_1 x_2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{d}x$, $\gamma_4 \colon [0,1] \to \mathbb{R}^3$, $t \mapsto \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 8.2 Gegeben sei das Vektorfeld $F \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $x \mapsto \begin{pmatrix} x_3^2 - x_2 \sin x_1 \\ \cos x_1 - 2x_3 \\ 2x_1x_3 - 2x_2 + x_3 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass F konservativ ist, und bestimmen Sie das zu F gehörige Potential.

Aufgabe 8.3 Sei $k \in \mathbb{Z}\backslash\{-1\}$. Zeigen Sie für $r > 0$ die Gültigkeit von

a) $\int_{\partial B(0,r)} z^k \mathrm{d}z = 0$.

Berechnen Sie die nachstehenden Integrale:

b) $\int_{\partial B(-2i,2)} \frac{1}{(z+i)^2} \mathrm{d}z$,

c) $\int_{\partial B(0,1)} \frac{e^z}{(z-2)^3} \mathrm{d}z$.

Aufgabe 8.4 Sei $G \subset \mathbb{R}^n$ ein Jordan-messbares Gebiet. Sei $f \colon G \to \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie:

a) Gilt $\int_{G'} f(x) \mathrm{d}x = 0$ für alle Jordan-messbaren $G' \subset G$, so gilt $f \equiv 0$.

b) Gilt $\int_G f(x)\varphi(x) \mathrm{d}x = 0$ für alle $\varphi \in \mathcal{C}^0(G, \mathbb{R})$, so gilt $f \equiv 0$.

Abgabe: Freitag, 17. Juni 2011, in der Vorlesung.

Ankündigung: Der Grillabend findet am Di., den 21. Juni 2011, um 17 Uhr am Grillplatz Ulmisried (Wollmatingen) statt. Details findet man auf der Homepage der Übungen:
http://www.math.uni-konstanz.de/~pokojovy/matphys2SS11/uebungen.html