Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

17. Juni 2011

# Mathematik für Physiker II

## 9. Übungsblatt

**Aufgabe 9.1** Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck $D = \{(x, y) \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1 - x\}$ im $\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie mit Hilfe der Definition, dass $D$ quadrierbar ist, und berechnen Sie den Jordanschen Inhalt von $D$.

**Aufgabe 9.2** Sei $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie:

a) Für alle $x \in \mathbb{R}^n$ und $\varepsilon > 0$ gibt es ein $\xi \in B(x, \varepsilon)$ so, dass $\int_{B(x,\varepsilon)} f(y)\mathrm{d}y = f(\xi)|B(x, \varepsilon)|$.

b) Es gilt $\lim_{\varepsilon \searrow 0} \frac{1}{|B(x,\varepsilon)|} \int_{B(x,\varepsilon)} f(y)\mathrm{d}y = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$.

**Aufgabe 9.3** Es sei mittels

$$T := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x - \tfrac{1}{10}z)^2 + (y - \tfrac{1}{10}z)^2 \le 1, 0 \le z \le 10\}$$

ein durch einen schiefen Turm belegter Bereich $T$ parametrisiert. Skizzieren Sie den Bereich $T$ und berechnen Sie dessen

a) Volumen $V := \int_T 1 \, \mathrm{d}(x, y, z)$

b) und Schwerpunkt

$$S := \frac{1}{V} \left( \int_T x\mathrm{d}(x, y, z), \int_T y\mathrm{d}(x, y, z), \int_T z\mathrm{d}(x, y, z) \right)'.$$

**Aufgabe 9.4** Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2}\mathrm{d}x.$$

*Hinweis:* Werten Sie $\int_{\mathbb{R}^2} e^{-|x|^2/2}\mathrm{d}x$ in den Polarkoordinaten aus und folgern Sie mit Fubini $\int_{\mathbb{R}^2} e^{-|x|^2/2}\mathrm{d}x = \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2}\mathrm{d}x\right)^2$.

Abgabe: Gruppe 1: Mi., 22. Juni, 13:30 – 15:00 Uhr in F526 oder F529
oder elektronisch an `patrick.kurth@uni-konstanz.de` bis Fr., 24. Juni, 12 Uhr
Andere Gruppen: Mo., 27. Juni, 10:00 – 10:30 Uhr in F524, F526 oder F529