Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Robert Denk
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

2. November 2007

Mathematik für Physiker III
4. Übungsblatt

Aufgabe 4.1 Bestimmen Sie Lösungen zu folgenden Differentialgleichungen

a) $y'(t) + \frac{y(t)}{1+t} + (1+t)y(t)^4 = 0$, $y(0) = -1$

b) $y'(t) = (1-t)y(t)^2 + (2t-1)y(t) - t$, $y(0) = 0$

Hinweis: a) ist eine Bernoulli- und b) ist eine Riccati-Gleichung.

Aufgabe 4.2 Zeigen Sie, dass es sich bei folgender Gleichung um eine exakte Differentialgleichung handelt, und lösen Sie diese:

$$12ty(t) + 3 + 6t^2 y'(t) = 0, \quad y(1) = 1.$$

Aufgabe 4.3 Die Differentialgleichung

$$(2t^2 + 2ty(t)^2 + 1)y(t) + (3y(t)^2 + t)y'(t) = 0$$

ist nicht exakt. Man kann sie aber leicht zu einer exakten Differentialgleichung machen. Lösen Sie diese Differentialgleichung, indem Sie einen geeigneten integrierenden Faktor finden.

Hinweis: Der integrierende Faktor $\mu = \mu(t)$ genügt der Bedingung $\frac{\partial_y f_1 - \partial_t f_2}{f_2} = \frac{\mu'}{\mu} = (\log \mu)'$

Aufgabe 4.4 Im Nullpunkt eines xy-Koordinatensystems befinde sich ein elektrischer Dipol, dessen Achse in der x-Richtung liege. Führt man Polarkoordinaten (r, φ) ein, so genügen seine Feldlinien der Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi} = 2r \cot \varphi.$$

Bestimmen Sie die Gleichung $r = r(\varphi)$ dieser Linien und skizzieren Sie einige von ihnen.

Abgabetermin: Freitag, 9. November, vor der Vorlesung.