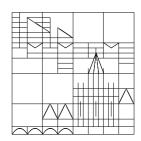
Universität Konstanz Fachbereich Mathematik und Statistik PD Dr. JÜRGEN SAAL DIPL.-MATH. MICHAEL POKOJOVY



20. Oktober 2009

Evolutionsgleichungen (Partielle Differentialgleichungen II) 1. Übungsblatt

- **Aufgabe 1.1** Seien X, Y Banachräume, $D \subset X$ ein dichter Untervektorraum. Beweisen Sie folgende Aussagen:
 - (a) Sind $A, B \in L(X, Y)$ mit Ax = Bx für alle $x \in D$, dann gilt A = B als Gleichheit in L(X, Y).
 - (b) Ist $B: D \to Y$ eine lineare und beschränkte Abbildung (d.h. es existiert ein C > 0 mit $||Bx||_Y \le C||x||_X$ $(x \in D)$), dann existiert genau eine Fortsetzung $\tilde{B} \in L(X,Y)$ von B. Es gilt $||\tilde{B}||_{L(X,Y)} \le C$.
- **Aufgabe 1.2** Seien X, Y Banachräume und $(T_k)_{k \in \mathbb{N}} \subset L(X, Y)$ beschränkt (bzgl. Operatornorm). Es gebe eine dichte Teilmenge $D \subset X$ so, dass für alle $x \in D$ die Folge $(T_k x)_{k \in \mathbb{N}} \subset Y$ eine Cauchyfolge ist. Zeigen Sie, dass genau ein $T \in L(X, Y)$ mit $T_k \xrightarrow{s} T$ existiert und dass $||T||_{L(X,Y)} \leq \liminf_{k \to \infty} ||T_k||_{L(X,Y)}$ gilt.
- Aufgabe 1.3 Zeigen Sie die Abgeschlossenheit der folgenden Operatoren:
 - (a) $\frac{d}{dx}$ in C([0,1]) mit Definitionsbereich $D(\frac{d}{dx}) = C^1([0,1])$.
 - (b) Δ in $L^p(\mathbb{R}^n)$ mit $D(\Delta) = \{ u \in L^p(\mathbb{R}^n) : \Delta u \in L^p(\mathbb{R}^n) \}.$

Abgabetermin: Dienstag, 27. Oktober 2009 in der Vorlesung.