Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
PD Dr. Jürgen Saal
Dipl.-Math. Michael Pokojovy

1. Dezember 2009

Evolutionsgleichungen
(Partielle Differentialgleichungen II)
7. Übungsblatt

Aufgabe 7.1 Sei X ein separabler Banachraum, $A\colon D(A) \to X$ ein linearer Operator, welcher

$$\|(\lambda - A)x\| \geq \lambda \|x\|$$

für alle $\lambda > 0$ und $x \in D(A)$ erfüllt. Beweisen Sie, dass A dissipativ ist.

Aufgabe 7.2 Sei T eine beschränkte C_0-Halbgruppe auf X vom Winkel $\varphi \in (0, \pi)$. Zeigen Sie, dass dann

a) $T(z_1 + z_2) = T(z_1)T(z_2)$ für alle $z_1, z_2 \in \Sigma_\varphi$,

b) $\lim_{\Sigma_{\tilde{\varphi}} \ni z \to 0} T(z)x = x$ für alle $x \in X$ und $\tilde{\varphi} \in (0, \varphi)$

gilt.

Aufgabe 7.3 Sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet, X ein Banachraum und $A \in L(X)$ mit $\sigma(A) \subset \Omega$. Beweisen Sie für eine holomorphe Funktion $f\colon \Omega \to \mathbb{C}$, dass

$$\sigma(f(A)) = f(\sigma(A))$$

gilt.

Aufgabe 7.4 (Freiwillig) Sei X ein Banachraum, $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen und zusammenhängend, $f, g\colon \Omega \to X$ holomorph. Es gebe ferner eine Menge $N \subset \Omega$, welche mindestens einen Häufungspunkt $z_0 \in \Omega$ besitzt und für welche

$$f(z) = g(z) \text{ für alle } z \in N$$

gilt. Zeigen Sie, dass dann bereits $f = g$ in Ω gilt.

Hinweis: Gehen Sie analog zum Beweis des Identitätssatzes für $X = \mathbb{C}$ vor.

Abgabetermin: Dienstag, 8. Dezember 2009 in der Vorlesung.