Matlab PDE Toolbox: Beispiel

Michael Pokojovy
25. Januar 2008

Definition Zu $x, y \in \mathbb{R}^2$ sei mit

$$[x, y] = \{\alpha x + (1-\alpha)y \,|\, \alpha \in [0,1]\}$$

die Strecke zwischen x und y bezeichnet.

Sei Ω ein offenes Gebiet mit einem polygonalen Rand. Es gelte

$$\begin{aligned} \partial\Omega \;=\; & \{[(x_1, y_1), (x_2, y_2)], [(x_2, y_2), (x_3, y_3)], \ldots, \\ & \;[(x_{N-1}, y_{N-1}), (x_N, y_N)], [(x_N, y_N), (x_1, y_1)]\} \cup \\ & \{[(u_1, v_1), (u_2, v_2)], [(u_2, v_2), (u_3, v_3)], \ldots, \\ & \;[(u_{M-1}, v_{M-1}), (u_M, v_M)], [(u_M, v_M), (u_1, v_1)]\}, \end{aligned}$$

wobei $N = 84$, $M = 8$. $(x_i, y_i), (u_i, v_i)$ seien wie im nachstehenden Matlab-Programm definiert. Wir betrachten die Poissonsche Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} -\Delta u &= -\frac{1}{10}, \\ u|_{\partial\Omega} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Folgendes Matlab-Programm löst die Aufgabe (1) mithilfe der Funktionen aus der PDE Toolbox:

```
[pde_fig,ax] = pdeinit;
pdetool('appl_cb', 1);
pdetool('snapon', 'on');
set(ax, 'DataAspectRatio', [1 1 1]);
set(ax, 'PlotBoxAspectRatio', [1.5 1 1]);
set(ax, 'XTickMode', 'auto');
set(ax, 'YTickMode', 'auto');
pdetool('gridon', 'on');

% Geometrie des Gebietes Omega:
X = [270, 250, 234, 227, 230, 208, 208, 175, 137, 129, 125, 118, 112, ...
     101,  91,  89,  63,  48,  40,  27,  17,  11,   2,  15,  30,  48, ...
     57,  54,  33,  32,  42,  58,  48,  52,  94, 104, 109, 117, 128, ...
     137, 140, 137, 124, 121, 110, 104,  81,  62,  66,  75, 107, 140, ...
     146, 167, 195, 210, 223, 237, 250, 258, 263, 263, 281, 290, 297, ...
     309, 313, 326, 330, 338, 343, 354, 353, 332, 327, 322, 316, 311, ...
     311, 299, 292, 281, 276, 274];
Y = [  1,   0,  11,  13,  19,  34,  47,  66,  84,  86,  94,  96,  93, ...
      94,  94,  98,  96,  92,  86,  80,  75,  80,  83,  83,  87,  99, ...
     109, 113, 123, 129, 132, 124, 134, 135, 116, 100,  98, 101,  98, ...
      96,  99, 109, 117, 134, 143, 141, 154, 171, 179, 177, 155, 142, ...
     125, 110,  99, 104, 100,  95,  96,  87,  74,  68,  59,  66,  55, ...
```

```
      51,  46,  47,  44,  46,  35,  29,  20,  19,  10,  16,  10,  12, ...
      19,   8,   6,  12,  12,   6];

set(ax, 'XLim', [min(X) max(X)]);
set(ax, 'YLim', [min(Y) max(Y)]);

U = [ 70,  81,  89,  83,  72];
V = [117, 114, 106, 104, 108];

pdepoly(X, Y, 'Omega1');
pdepoly(U, V, 'Omega2');
% Mengenformel (set formula):
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'), 'String', 'Omega1-Omega2')

% Randbedingungen:
pdetool('changemode', 0);
rb = '0';
for k = 1:89
    pdesetbd(k, 'dir', 1, '1', rb)
end

% Erstellung der Triangulierung:
refine_count = 2;
setuprop(pde_fig, 'Hgrad', 1.6);
setuprop(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
pdetool('initmesh')
for k = 1:refine_count
    pdetool('refine')
end

% Koeffizienten der PDG:
funktion = '-1/10';
pdeseteq(1, '1', '0', funktion, '1.0', '0:10', '0.0', '0.0', '[0 100]')

setuprop(pde_fig, 'currparam', ['1.0'; '0.0'; '0  '; '1.0'])

% Parameter fuer "solve":
setuprop(pde_fig,'solveparam',...
str2mat('0', '1176', '10', 'pdeadworst', '0.5', 'longest', '0', ...
'1E-4', '', 'fixed', 'Inf'))

% Darstellungsparameter:
setuprop(pde_fig,'plotflags', [1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 0 1]);
setuprop(pde_fig,'colstring','');
setuprop(pde_fig,'arrowstring','');
setuprop(pde_fig,'deformstring','');
setuprop(pde_fig,'heightstring','');

% Loesung der PDG:
```

```
pdetool('solve')
title('\it u(x, y)')
```