

Mathematische Logik

10. Übungsblatt

Aufgabe 1 Sei $L = (+, \cdot, 0, 1)$. Für L -Strukturen $\mathcal{A}, \mathcal{A}'$ schreiben wir $\mathcal{A} \not\equiv \mathcal{A}'$ falls \mathcal{A} und \mathcal{A}' nicht elementar äquivalent sind. Zeige:

- (i) $\langle \mathbb{Q}, +, \cdot, 0, 1 \rangle \not\equiv \langle \mathbb{Q}(\sqrt{2}), +, \cdot, 0, 1 \rangle$
- (ii) $\langle \mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1 \rangle \not\equiv \langle \mathbb{R}(X), +, \cdot, 0, 1 \rangle$
- (iii) $\langle \mathbb{R}[X], +, \cdot, 0, 1 \rangle \not\equiv \langle \mathbb{R}[X, Y], +, \cdot, 0, 1 \rangle$

Aufgabe 2 Sei L die Sprache ohne Funktions- und Relationszeichen und ohne Konstanten. Eine L -Struktur ist dann gerade eine nichtleere Menge.

Klassifiziere alle L -Strukturen nach elementarer Äquivalenz.

Aufgabe 3 Sei wieder L die Sprache ohne Funktions- und Relationszeichen und ohne Konstanten. Sei \mathcal{A} eine unendliche L -Struktur und $\Sigma := \text{Th}(\mathcal{A})$ die Theorie von \mathcal{A} in der Sprache L .

Gib ein effektiv erzeugbares Axiomensystem in der Sprache L an, dessen deduktiver Abschluss gerade Σ ist (und beweise diese Tatsache).

Abgabe:

Mittwoch, 27. Januar 2010, 14 Uhr, in die Briefkästen auf F4.