

Vorwort

Mit diesem Band 1 und dem sich anschließenden Band 2 wird ein *Kompendium* für einen kompletten Analysiszug in einem Bachelor-Studiengang *Mathematik* vorgelegt. Die Inhalte entsprechen den Standardveranstaltungen

- Analysis I, Analysis II des ersten Jahres mit je 4 Semesterwochenstunden (SWS) mit der Differential- und Integralrechnung,
- der Analysis III mit 2 SWS Theorie Gewöhnlicher Differentialgleichungen und 2 SWS Lebesguescher Maß- und Integrationstheorie,
- der Analysis IV mit 2 SWS Funktionentheorie und 4 SWS Funktionalanalysis sowie
- einer Einführung in die Theorie Partieller Differentialgleichungen mit 2 SWS im dritten Jahr.

Damit wird ein Bogen geschlagen von den Grundlagen der Analysis bis hin zu den Anfängen einer möglichen Spezialisierung in Richtung Analysis im Bereich Partielle Differentialgleichungen.

Um den Studierenden eine Möglichkeit zu geben, in wenigen Büchern alles nachlesen zu können, was in den Vorlesungen zur Analysis üblicherweise in einem Bachelor-Studiengang auftaucht, wurde als Format eine Kompendiumform, wie sie bei Merkblättern üblich ist, gewählt. Diese neue Form als Buch orientiert sich dann zwar inhaltlich an Vorlesungen, die die Autoren nun schon mehrfach an der Universität Konstanz gehalten haben, bietet jedoch allen an der Analysis Interessierten unabhängig vom Hochschulort ein konzentriertes Nachschlagewerk, da die Thematik trotz aller Spezialisierungen an verschiedenen Orten immer noch universell ist. Selbst für Leute, die nur spezielle Themen nachschlagen wollen, bleibt immer noch ein sehr großer Fundus in Analysis im vorgelegten und dem noch folgenden Band 2.

Zum gewählten neuen Kompendiumformat hinaus passt ein Kapitel *Prüfungsfragen*, in dem sich die Studierenden auf mündliche oder schriftliche Prüfungen einstimmen können – keine Übungsaufgaben plus Lösungen sondern Simulation und Beherrschung von Prüfungen ist gefragt. Ein ausführlicher Index rundet das Kompendium ab. Die beiden Bände 1 und 2 sind weitgehend unabhängig

voneinander von Nutzen, nicht nur, weil sich der Inhalt chronologisch anordnet. Die Kompendiumform bietet sowohl den Studierenden als auch den eine Vorlesung planenden Dozenten durch die Vorlesungsnähe eine hilfreiche Grundlage.

Im Stil geht vieles auf Merkblätter zurück, die der zweite Autor bei Prof. Dr. Dr. h.c. Rolf Leis an der Universität Bonn kennenlernte. Inhaltlich gibt es eine Reihe von zugrunde liegenden Büchern, von denen besonders die beiden Bände [2, 3] von Barner & Flohr zu nennen sind.

Die gewählte chronologische Reihenfolge in diesem Band 1 behandelt in den Kapiteln 1–9 die Differential- und Integralrechnung des ersten Semesters (entspricht 4 SWS Vorlesung), in den Kapiteln 10–14 die des zweiten Semesters (4 SWS). In den Kapiteln 15–19 werden Gewöhnliche Differentialgleichungen (2 SWS) behandelt. Kapitel 20 liefert die genannte Hilfestellung zur Prüfungsvorbereitung, dem sich Literaturangaben zur Standardliteratur zu den Themen des Buches anschließen.

Band 2 wird dann die Gebiete Lebesguesche Maß- und Integrationstheorie (2 SWS), Funktionentheorie (2 SWS), Funktionalanalysis (4 SWS) und Partielle Differentialgleichungen (Einführung, 2 SWS) behandeln.

Wir danken den Mitarbeitern Dipl.-Math. Mario Kaip, Dipl.-Math. Patrick Kurth, Dipl.-Math. Tobias Nau und Dipl.-Math. Michael Pokojovy für das Korrekturlesen und für Verbesserungsvorschläge sowie dem Verlag Vieweg+Teubner, insbesondere Frau Ulrike Schmickler-Hirzebruch, für die Aufnahme in das Verlagsprogramm.

Inhaltsverzeichnis

Differential- und Integralrechnung, Kapitel 1 – 14	1
1 Grundlagen und Bezeichnungen	3
1.1 Mengen und Abbildungen	3
1.2 Elemente der Logik	5
2 Zahlen	7
2.1 Natürliche und rationale Zahlen	7
2.1.1 Natürliche Zahlen	7
2.1.2 Rationale Zahlen	12
2.2 Reelle Zahlen	14
2.3 Komplexe Zahlen	15
3 Folgen und Grenzwerte	17
4 Reihen	23
5 Elemente der Topologie und der Funktionalanalysis	27
5.1 Mächtigkeit von Mengen	27
5.2 Metrische Räume	29
5.3 Reelle Punktmengen	32
5.4 Kompakte Mengen	35
5.5 Normierte Räume und Hilberträume	38
6 Stellenwertsysteme und die Zahl e	43
6.1 Stellenwertsysteme	43
6.2 Die Zahl e	45
7 Funktionen einer reellen Veränderlichen	47
7.1 Stetige Funktionen	47
7.2 Funktionenfolgen	55
7.3 Elementare Funktionen	58
7.3.1 Die Exponentialfunktion und der Logarithmus	58
7.3.2 Sinus, Cosinus und Hyperbelfunktionen	60

7.4	Differenzierbare Abbildungen	64
7.5	Der Mittelwertsatz und Folgerungen	68
8	Integration im \mathbb{R}^1	75
8.1	Stammfunktionen	75
8.2	Treppenfunktionen und ihre Integrale	79
8.3	Regelfunktionen	83
8.4	Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	87
8.5	Vertauschung von Grenzprozessen	89
8.6	Parameterabhängige Integrale	92
8.7	Uneigentliche Integrale	94
8.8	Das Riemannsches Integral	98
9	Reihen von Funktionen	101
9.1	Differentiation und Integration	101
9.2	Potenzreihen	103
9.3	Taylorreihen	109
9.4	Der Weierstraßsche Approximationssatz	114
9.5	Orthonormalsysteme	119
9.6	Konvergenz von Fourierreihen	124
10	Die Topologie des \mathbb{R}^n	131
10.1	\mathbb{R}^n als normierter Vektorraum	131
10.2	Stetigkeit und Kompaktheit	134
11	Funktionen mehrerer Veränderlicher	139
11.1	Differenzierbare Abbildungen	139
11.2	Der Mittelwertsatz	148
11.3	Höhere Ableitungen	150
11.4	Extrema unter Nebenbedingungen	160
12	Kurven und Flächen	165
12.1	Weglängen	165
12.2	Kurven in der Ebene und im Raum	169
12.3	m -dimensionale Flächen im \mathbb{R}^n	171
13	Integration im \mathbb{R}^n	177
13.1	Maße und messbare Funktionen	177
13.2	Das Lebesgue-Integral	184
13.3	Iterierte Integrale	191
13.4	Der Transformationssatz	194
13.5	Kurvenintegrale und Flächenintegrale	197
13.6	Die Integralsätze von Gauß und Stokes	207

14 Lokale Umkehrbarkeit und implizite Funktionen	217
14.1 Lokale Umkehrbarkeit	217
14.2 Implizite Funktionen	219
Gewöhnliche Differentialgleichungen, Kapitel 15 – 19	225
15 Differentialgleichungen – Beispiele	227
16 Klassische Existenz- und Eindeutigkeitssätze	233
17 Spezielle Lösungsmethoden	243
17.1 Spezielle Gleichungen	243
17.2 Lineare Systeme	248
18 Qualitative Aspekte	257
18.1 Stabilität	261
18.2 Periodische Lösungen (im \mathbb{R}^2)	266
18.3 Phasenporträts: Beispiele	267
19 Rand- und Eigenwertaufgaben	273
19.1 Lineare Randwertaufgaben n -ter Ordnung	274
19.2 Die Greensche Funktion	277
19.3 Eigenwertaufgaben	283
Prüfungsvorbereitung	293
20 Prüfungsvorbereitung	295
20.1 Analysis I: Kapitel 1 – 9	295
20.2 Analysis II: Kapitel 10 – 14	298
20.3 Analysis III: Gewöhnliche Differentialgleichungen	301
Literaturverzeichnis	303
Notation	305
Index	309

Index

- Abbildung, 4
 - beschränkte lineare, 138
 - bijektive, 5
 - injektive, 5
 - kontrahierende, 63
 - lineare, 138
 - surjektive, 5
- Abel, N. H., 13, 104
- Ableitung, 64, 140
 - höhere, 151
 - partielle, 92, 141
- Absolutbetrag, 13, 16
- Additionstheorem, 59
- Äquivalenz, 5
- Äquivalenzklasse
 - von Cauchy-Folgen, 20
- Äquivalenzrelation, 8
- \aleph , 29
- α -Limesmenge, 261
- Araber, 43
- Areal, 204
- arithmetisches Mittel, 156
- Arzelà, C., 238
- Ascoli, G., 238
- Assoziativgesetz, 8
- Assoziativität, 4, 13
- Ausgleichsgerade, 158
- Aussage, 5
- Auswahlsatz, 237

- Babylonier, 43
- Ball, 30
- Banach, S., 31
- Bendixson, I.O., 266
- Bernoulli, Jak. (I), 10
- Bernoulli, Joh. (I), 244
- Bernoullische Ungleichung, 10
- Bernstein, S.N., 116
- Bernstein-Polynom, 116
- Beschleunigungsvektor, 168
- Bessel, F.W., 120, 245
- Bessel-Funktion, 245
- Besselsche Identität, 120
- Besselsche Ungleichung, 120
- bestimmt divergent gegen Unendlich, 18
- Bewegung, 257
- Beweis
 - indirekter, 6
- Bild, 4
- Bildmaß, 194
- Binomialkoeffizient, 11
- Binomische Formel, 11
- Binormale, 170
- Bit, 45
- Bogenlänge, 168, 205
- Bogenlängenparameter, 61
- Bogenmaß, 60, 229
- Bolzano, B., 34
- Borel, É, 35
- Brennpunkt, 258
- Brouwer, L.E.J., 222
- Byte, 45

- Cantor, G., 29
- Cantor-Menge, 182
- Cantorsches Diagonalverfahren, 29
- Cartan, É.J., 198
- Cauchy, A.-L., 17
- Cauchy-Folge, 30

- Cauchysches Polygonzugverfahren, 239
 Cavalieri, B.F., 192
 Cohen, P., 29
 Cosinus, 60
 cosinus hyperbolicus, 63
 Courant, R., 291
 Courantsches Minimax-Prinzip, 291
 Dedekind, R., 15
 Dedekindscher Schnitt, 15
 Definitionsbereich, 4
 Definitionsmenge, 4
 Dezimalbruch, 43
 Dezimalsystem, 43
 Dezimalzahl
 periodische, 43
 dicht, 30
 Diffeomorphismus, 148
 Differential
 totales, 200
 Differentialform
 p -, 215
 Pfaffsche, 198
 Differentialgleichung, 70, 108
 autonome, 230
 Bernoullische, 244
 exakte, 246
 explizite, 230
 gewöhnliche, 227
 homogene, 244
 implizite, 230
 partielle, 227, 266
 Ricattische, 244
 separable, 243
 Dirac, P.A.M., 179
 Dirichlet, J.P.G.L., 275
 Distributivgesetz, 8, 13
 Distributivität, 4
 divergent, 18
 Divergenz, 146
 Dreiecksungleichung, 13, 29, 132
 Dualzahl, 44
 Durchschnittsmenge, 4
 e, 45
 Eigenfunktion, 284
 Eigenvektor, 252
 Eigenwert, 252, 284
 Eigenwertaufgabe, 273, 283
 Sturm & Liouvillesche, 283
 1-Form, 198
 exakte, 200
 wegunabhängige, 200
 Element, 3
 Ellipse, 168
 Erdradius, 228
 Erzeugendensystem, 178
 Euler, L., 45
 Euler-Verfahren, 239
 Eulersches Polygonzugverfahren, 268
 Exponentialfunktion, 58
 Extremwertaufgabe, 71, 160
 Fakultät, 11
 Falllinie, 145
 Familie, 119
 Fatou, P.J.L., 188
 Fehlerabschätzung, 235
 Fixpunkt, 257
 Fixpunktgleichung, 31
 Flächeninhalt, 80, 204
 elementargeometrischer, 80
 m -dimensionaler, 205
 Flächenintegral, 214
 Fluchtgeschwindigkeit, 229
 Fluss, 257
 Fokus, 258
 Folge, 17
 Cauchy-, 17
 Fortsetzung, 5
 Fourier, J.-B.-J., 120
 Fourierkoeffizient, 120
 Fourierreihe, 25, 124
 freier Fall, 228
 Frenet, J.F., 170
 Frenetsche Gleichungen, 170
 Fubini, G., 93
 Fundamentalsystem, 249
 Funktion, 4
 Arcus-, 68

-
- Borel-messbare, 182
 - charakteristische, 184
 - differenzierbare, 64, 140
 - einfache, 184
 - gleichmäßig stetige, 52
 - Heaviside-, 48
 - Hölder-stetige, 52
 - konkave, 159
 - konvexe, 159
 - Lebesgue-integrierbare, 98, 99
 - Lipschitz-stetige, 48
 - Lyapunov-, 264, 265
 - messbare, 182
 - monotone, 48
 - nirgends differenzierbare, 66
 - oszillierende, 49
 - partiell differenzierbare, 141
 - rechtsseitig differenzierbare, 65
 - rotationssymmetrische, 207
 - singuläre, 49
 - stetig differenzierbare, 65
 - stetige, 48
 - streng konkave, 159
 - streng konvexe, 159
 - streng monotone, 47
 - Stufen, 184
 - Treppen, 184
 - über eine Fläche integrierbare, 205
 - unstetige, 48
 - Funktional, 138
 - Funktionenfolge, 55, 101
 - Fußpunkt, 197

 - Gauß, C. F., 47
 - Gaußklammer, 82
 - Gebiet
 - sternförmiges, 246
 - geometrisches Mittel, 156
 - Geschwindigkeitsvektor, 168
 - Gleichgewichtszustand
 - einer Saite, 273
 - eines Balkens, 273
 - Gödel, K., 29
 - Gradient, 141

 - Gram, J.P., 204
 - Gramsche Determinante, 204
 - Gramsche Matrix, 204
 - Graph, 5
 - Gravitationsgesetz, 228
 - Gravitationskonstante, 228
 - Green, G., 277
 - Greensche Funktion, 277
 - Grenzfunktion, 55
 - Grenzpunkt, 261
 - Grenzwert, 18, 30, 49
 - linksseitiger, 49
 - Grenzwertsätze, 19
 - Gronwall, T.H., 236
 - Gronwallsches Lemma, 236
 - Gruppe, 13
 - abelsche, 13
 - kommutative, 13

 - Halbordnung, 8
 - Halbordnung auf \mathbb{N} , 8
 - Hauptvektoren, 253
 - Hausdorffsches Trennungsaxiom, 33
 - Hausdorff, F., 33
 - Heaviside, O.L., 48
 - Heine, E., 35
 - Hermite, C., 46
 - Hesse, L.O., 156
 - Hesse-Matrix, 156
 - Hexadezimalzahl, 44
 - Hilbert, D., 40
 - Hilbertraum, 40
 - Höhenlinie, 145
 - Hölder, O., 52
 - Hölderexponent, 52
 - Höldersche Ungleichung, 132
 - homöomorph, 222
 - Hyperbelfunktion, 63

 - Idempotenz, 4
 - Imaginärteil, 15
 - Implikation, 5
 - Inder, 43
 - Indexverschiebung, 12
 - Infimum, 14

- einer Funktion, 51
- Inhalt, 61
- Integral
 - bestimmtes, 81
 - elliptisches, 230
 - Lebesgue-, 185
 - parameterabhängiges, 92
 - Riemann-, 189
 - Riemannsches, 98
 - unbestimmtes, 75
 - uneigentliches, 94
 - von Treppenfunktionen, 81
- Integralgleichung, 234
- Integralkurve, 257
- Integration
 - Lebesguesche, 89
 - partielle, 76
- integrierbar
 - Lebesgue-, 186
 - Riemann-, 189
 - über eine Fläche, 205
- Intervall, 13
- inverses Element, 13
- isometrisch, 30

- Jacobi, C.G.J., 142
- Jacobi-Matrix, 142
- Jordan, M.E.C., 253
- Jordansche Normalform, 253

- Kardinalität, 27
- Kardinalzahl, 27
- kartesisches Produkt, 5
- Kettenregel, 144
- kleinste Fehlerquadrate, 158
- Knoten, 258
- Körper, 13
- Kommutativgesetz, 8
- Kommutativität, 4, 13
- Komplementmenge, 4
- Komposition, 5
- Kontingenzwinkel, 170
- Kontinuumshypothese, 29
- konvergent, 18
 - absolut, 24
 - Cauchy-, 17
 - gleichmäßig, 139
 - gleichmäßig (Cauchy-), 55
 - punktweise, 55
- Konvergenzradius, 105
- Koordinatentransformation, 147
- Kreisfunktion, 63
- Kreuzprodukt, 170
- kritische Stelle, 154
- Kronecker, L., 119
- Kroneckersymbol, 119
- Krümmung, 168
- Krümmungskreis, 169
- Krümmungsvektor, 168
- Kugel, 30
- Kugelvolumen, 193
- Kurve
 - nach Bogenlänge parametrisierte, 168
 - orientierte, 167
 - stückweise glatte, 167
- Kurvenintegral, 198, 214
- Kutta, M.W., 268

- Lösungsmatrix, 249
- Lagrange, J.L., 110
- Lagrangescher Multiplikator, 161
- Landau, E., 208
- Landausymbol, 208
- Laplace, P.S., 146
- Laplace-Operator, 146
- Lebensdauer, 237
- Lebesgue, H., 89
- Legendre, A.-M., 124
- Legendre-Polynome, 124
- Leibniz, G.W., 24
- Leibniz-Kriterium, 24
- de L'Hospital, G.F.A., 72
- Lindelöf, E., 234
- von Lindemann, C.L.F., 46
- Liouville, J., 275
- Lipschitz, R.O.S., 48
- Lipschitz-Bedingung
 - globale, 234
 - lokale, 235

-
- Lösung
 - asymptotisch stabile, 261
 - instabile, 261
 - maximale, 260
 - partikuläre, 250
 - stabile, 261
 - Logarithmus, 59, 77
 - logarithmus naturalis, 59
 - Lorenz-Attraktor, 270
 - Lotka, A.J., 247
 - Lotka-Volterra-System, 247
 - Lyapunov, A.M., 264

 - m -Fläche, 171
 - Majorantenkriterium, 24, 187
 - Maß, 80, 178
 - bewegungsinvariantes, 194
 - Dirac-, 179
 - endliches, 179
 - Lebesgue-, 181
 - normales, 179
 - Punkt-, 179
 - σ -endliches, 179
 - translationsinvariantes, 194
 - Maßraum, 179
 - Maßtensor, 204
 - maximale Lösung, 260
 - Maximum, 14
 - einer Funktion, 51
 - Menge, 3
 - abzählbare, 27
 - endliche, 27
 - konvexe, 158
 - leere, 3
 - sternförmige, 202
 - überabzählbare, 27
 - unendliche, 27
 - Mengen
 - äquivalente, 27
 - gleichmächtige, 27
 - Mengenlehre, 3
 - messbar, 178, 182
 - Borel-, 181, 182
 - Messraum, 178
 - Metrik, 29
 - diskrete, 30
 - Minimum, 14
 - einer Funktion, 51
 - Minkowski, H., 132
 - Minkowskische Ungleichung, 132
 - de Moivre, A., 63
 - de Moivresche Formeln, 63
 - monoton, 18
 - fallend, 18
 - streng, 18
 - wachsend, 18
 - de Morgan, A., 6
 - μ -fast überall, 179
 - μ -Nullmenge, 179

 - nablium, 141
 - Nagumo-Bedingung, 237
 - Nebenbedingung, 160
 - Negation, 5
 - Neumann, C., 275
 - neutrales Element, 13
 - Newton, I., 228
 - Normale, 169
 - Normalenvektor
 - äußerer, 209
 - Normalgleichung, 158
 - Nullfolge, 18
 - Nullform, 200

 - o. B. d. A., 24
 - Oberflächenintegral, 205
 - Oberintegral, 189
 - ω -Limesmenge, 261
 - ONS, 121
 - Operator
 - kompakter, 288
 - stetiger linearer, 138
 - Operatornorm, 138
 - Orbit, 257
 - orientierbar, 215
 - orientiert
 - gleich, 215
 - positiv, 215
 - Orientierung, 167, 172, 215
 - induzierte, 215

- Orthogonalsystem, 119
 Orthonormalsystem, 119
 vollständiges, 121

 paarweise disjunkt, 177
 Parallelepipiped, 203
 Parallelogrammgleichung, 41
 Parameterdarstellung
 äquivalente, 172
 Parseval des Chénés, M.-A., 121
 Parsevalsche Gleichung, 121
 Partialbruchzerlegung, 78
 Partialsumme, 23
 Partition, 80
 Partition der Eins, 211
 Peano, G., 7, 239
 Pendel
 lineares, 258
 ungedämpftes, 229
 Periode, 258
 periodisch, 258
 Pfaff, J.F., 198
 Phasenkurve, 257
 Phasenraum, 257
 π , 45
 Picard, É., 234
 Poincaré, H., 198
 Polarkoordinaten, 148, 196
 Polynom, 48
 Portfolio-Optimierung, 163
 Potenzmenge, 29
 Potenzreihe, 58
 Prinzip von Cavalieri, 192
 Produkt
 kartesisches, 5
 Produktregel, 144
 Pythagoras, 41

 quadratische Form, 156
 indefinite, 156
 negativ (semi)definite, 156
 positiv (semi)definite, 156
 quadratisches Mittel, 124
 Quelle, 258
 Quotientenkriterium, 25

 Räuber-Beute-Modell, 247, 263, 269
 Rand
 glatter, 208
 Randbedingung
 Dirichletsche, 277, 291
 Neumannsche, 291
 Randoperator, 274
 Randwertaufgabe, 273
 Dirichletsche, 275
 Neumannsche, 275
 Sturm & Liouvillesche, 275, 280
 Randwerte
 homogene, 274
 Raum
 metrischer, 29
 Raum aller Normalenvektoren, 209
 Realteil, 15
 Regel von de L'Hospital, 72
 Regelfunktion, 83, 99
 Regeln von de Morgan, 6
 Reihe, 23
 divergente, 23
 geometrische, 23
 harmonische, 23
 konvergente, 23
 Potenz, 103
 Relation, 8
 Äquivalenz-, 8
 antisymmetrische, 8
 reflexive, 8
 symmetrische, 8
 transitive, 8
 Restglied, 110
 Lagrangesche Form, 110
 Restriktion, 5
 Retraktion, 222
 Riccati, J.F., 244
 Richtungsableitung, 145
 Richtungsfeld, 230
 Riemann, B., 98
 Riemannsche Zetafunktion, 25, 57
 Römer, 43
 Rolle, M., 68
 Rotation, 146
 Rotationsfläche, 172, 205

-
- Runge, C., 268
Runge-Kutta-Verfahren, 268
- Sägezahnfunktion, 127
Sattel, 259
Satz
 von Arzelà & Ascoli, 238
 von Peano, 239
 Abelscher Grenzwertsatz, 104
 Banachscher Fixpunktsatz, 31, 234
 Brouwerscher Fixpunktsatz, 223
 Cauchy & Schwarzsche Ungleichung, 40
 Gaußscher Integralsatz, 211
 Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, 88
 Identitätssatz für Potenzreihen, 108
 Lemma von Fatou, 188
 Lemma von Gronwall, 236
 Mittelwertsatz der Differentialrechnung, 69, 148
 Mittelwertsatz der Integralrechnung, 86
 über implizite Funktionen, 220
 über lokale Umkehrbarkeit, 217
 von Arzelà & Ascoli, 288
 von Bolzano & Weierstraß, 34, 134
 von Fubini, 192
 von Lebesgue über majorisierte Konvergenz, 189
 von Lebesgue über monotone Konvergenz, 188
 von Picard & Lindelöf, 234
 von Poincaré & Bendixson, 266
 von Rolle, 68
 von Schwarz, 151
 von Stokes im \mathbb{R}^3 , 214
 von Stokes im \mathbb{R}^2 , 214
 von Taylor, 109, 153
 von Tonelli, 191
 Weierstraßscher Approximationssatz, 114
 Zwischenwertsatz, 52, 137
- Schmidt, E., 123
Schmiegebene, 168
Schranke, 14
Schwarz, H.A., 40, 151
Schwingung
 gedämpfte, 264
Schwingungsdauer, 229
Sexagesimalsystem, 43
 σ -Additivität, 178
 σ -Algebra, 178
 Borel-, 180
 Spur-, 179
singulärer Punkt, 257
Sinus, 49, 60
sinus hyperbolicus, 63
Skalarprodukt, 40, 119
Spaltenvektor, 131
Spat, 203
Sprungfunktion, 47
Sprungstelle, 48
Spurmaß, 179
stabil, 261
Stammfunktion, 70, 75, 200
Standard-Normalverteilung, 197
Stellenwertsystem, 43
Stereografische Projektion, 173
stetig
 gleichgradig, 237
 gleichmäßig gleichgradig, 238
 partiell, 136
stetige Abhängigkeit von den Daten, 241
stetige Ergänzung, 50
Streifen, 233
Stufenfunktion
 Riemann-, 189
Sturm, J.-C.-F., 275
Substitutionsregel, 76
Supremum, 14
 einer Funktion, 51
Supremumsnorm, 80
System
 determiniertes, 227
 differenzierbares, 228

- endlich-dimensionales, 227
- Systeme
 - homogene, 248
 - inhomogene, 250
 - lineare, 248
 - mit konstanten Koeffizienten, 252
- Tangente, 169
- Tangenteneinheitsvektor, 165
- Tangentensteigung, 65, 69
- Tangentialraum, 171, 208
- Tangentialvektor, 208
- Taylor, B., 70
- Taylorformel, 109, 110, 154
- Taylorpolynom, 110
- Taylorreihe, 70, 154
- Teilfolge, 19
- Teilmenge, 4
- Teilüberdeckung
 - endliche, 84
- Teleskopsumme, 110
- tertium non datur, 5, 6
- Tonelli, L., 191
- Torsion, 171
- Trägheitsmoment, 194
- Trajektorie, 257
- Transformationsatz, 196
- Treppenfunktion, 80

- Umkehrabbildung, 5, 54
- Unterintegral, 189
- Urbild, 4

- Variation der Konstanten, 250
- Vektorfeld, 197, 258
- Vektorraum, 39
- Vereinigungsmenge, 4
- Verhulst, P.-F., 247
- Verkettung, 5
- Verknüpfung, 5
- Vervollständigung, 20, 30
- vollständig, 30
- vollständig geordnet, 8
- vollständige Induktion, 9
- Vollständigkeitsaxiom, 14

- Volterra, V., 247
- Volumen, 177
- VONS, 121

- Wachstum
 - beschränktes, 247
 - exponentielles, 247
 - logistisches, 247
 - unbegrenztes, 247
- Wachstumsmodelle, 247
- Wahrheitstafel, 5
- Wahrheitswert, 5
- Wahrscheinlichkeitsdichte, 197
- Wahrscheinlichkeitsmaß, 179
- Weg, 137
 - äquivalenter, 167
 - differenzierbarer, 165
 - glatter, 165
 - stückweise glatter, 165
- Wegintegral, 246
- Weglänge, 166
- wegzusammenhängend, 137
- Wegzusammenhang, 137
- Weierstraß, K.T.W., 34
- Wendepunkt, 111
- Wertebereich, 4
- Wertemenge, 4
- Windung, 171
- wohlgeordnet, 8
- Wohlordnungssatz, 9
- Wronski, J.-M., 249
- Wronski-Determinante, 249, 280
- Wurzelkriterium, 25

- Young, W.H., 133
- Youngsche Ungleichung, 133

- Zählmaß, 179
- Zahl
 - algebraische, 46
 - ganze, 3
 - irrationale, 44
 - komplexe, 15
 - konjugiert komplexe, 15
 - natürliche, 3, 7

rationale, 3, 12
reelle, 3, 14
transzendente, 46
Zahlenfolge, 17
Zeilenvektor, 131
zusammenhängend, 137
Zusammenhang, 137
Zustandsraum, 257
Zwischenwerteigenschaft, 69
Zylinderfunktion, 245

