

# Vorwort

Der nun vorliegende zweite Band des Bachelor-Kurses Analysis behandelt, in dieser Reihenfolge, die Vorlesungen über

- Lebesguesche Maß- und Integrationstheorie (2 SWS),
- Funktionentheorie (2 SWS),
- Funktionalanalysis (4 SWS) und
- eine Einführung in Partielle Differentialgleichungen (2 SWS), wie sie typischerweise einen Analysiskurs mit Spezialisierung in Partiellen Differentialgleichungen im Bachelor-Programm abschließt.

Er setzt das Konzept des Kompendiumformats, das in kompakter Form eine ganze Reihe von Vorlesungen überdeckt und gleichzeitig vorlesungsnah ist, fort. Beweise zu allen wichtigen Sätzen sind in dem Buch enthalten. Ebenfalls gibt es wieder ein Kapitel zu Prüfungsfragen.

Unser Dank gilt wiederum den Mitarbeitern Dipl.-Math. Mario Kaip, Dipl.-Math. Patrick Kurth, Dipl.-Math. Tobias Nau und Dr. Michael Pokojovy für das Korrekturlesen und für Verbesserungsvorschläge sowie dem Verlag Springer Spektrum, insbesondere Frau Ulrike Schmickler-Hirzebruch, für die gute Zusammenarbeit und für die Aufnahme in das Verlagsprogramm.

Konstanz, Januar 2012

Robert Denk – Reinhard Racke

## Aus dem Vorwort zu Band 1:

Mit diesem Band 1 und dem sich anschließenden Band 2 wird ein *Kompendium* für einen kompletten Analysiszug in einem Bachelor-Studiengang *Mathematik* vorgelegt. Die Inhalte entsprechen den Standardveranstaltungen

- Analysis I, Analysis II des ersten Jahres mit je 4 Semesterwochenstunden (SWS) mit der Differential- und Integralrechnung,
- der Analysis III mit 2 SWS Theorie Gewöhnlicher Differentialgleichungen und 2 SWS Lebesguescher Maß- und Integrationstheorie,
- der Analysis IV mit 2 SWS Funktionentheorie und 4 SWS Funktionalanalysis sowie
- einer Einführung in die Theorie Partieller Differentialgleichungen mit 2 SWS im dritten Jahr.

Damit wird ein Bogen geschlagen von den Grundlagen der Analysis bis hin zu den Anfängen einer möglichen Spezialisierung in Richtung Analysis im Bereich Partielle Differentialgleichungen.

Um den Studierenden eine Möglichkeit zu geben, in wenigen Büchern alles nachlesen zu können, was in den Vorlesungen zur Analysis üblicherweise in einem Bachelor-Studiengang auftaucht, wurde als Format eine Kompendiumform, wie sie bei Merkblättern üblich ist, gewählt. Diese neue Form als Buch orientiert sich dann zwar inhaltlich an Vorlesungen, die die Autoren nun schon mehrfach an der Universität Konstanz gehalten haben, bietet jedoch allen an der Analysis Interessierten unabhängig vom Hochschulort ein konzentriertes Nachschlagewerk, da die Thematik trotz aller Spezialisierungen an verschiedenen Orten immer noch universell ist. Selbst für Leute, die nur spezielle Themen nachschlagen wollen, bleibt immer noch ein sehr großer Fundus in Analysis im vorgelegten und dem noch folgenden Band 2.

Zum gewählten neuen Kompendiumformat hinaus passt ein Kapitel *Prüfungsfragen*, in dem sich die Studierenden auf mündliche oder schriftliche Prüfungen einstimmen können – keine Übungsaufgaben plus Lösungen sondern Simulation und Beherrschung von Prüfungen ist gefragt. Ein ausführlicher Index rundet das Kompendium ab. Die beiden Bände 1 und 2 sind weitgehend unabhängig voneinander von Nutzen, nicht nur, weil sich der Inhalt chronologisch anordnet.

Die Kompendiumform bietet sowohl den Studierenden als auch den eine Vorlesung planenden Dozenten durch die Vorlesungsnähe eine hilfreiche Grundlage.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Maß- und Integrationstheorie, Kapitel 1 – 4</b>	<b>1</b>
<b>1 Maßtheoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
1.1 Inhalte und Maße . . . . .	3
1.2 Das Lebesgue-Maß . . . . .	12
<b>2 Das allgemeine Lebesgue-Integral: erste Eigenschaften</b>	<b>17</b>
2.1 Messbare Abbildungen und das Lebesgue-Integral . . . . .	17
2.2 Konvergenzsätze . . . . .	21
<b>3 Weitere klassische Sätze der Integrationstheorie</b>	<b>25</b>
3.1 Produktmaße und der Satz von Fubini . . . . .	25
3.2 Der Transformationssatz . . . . .	31
3.3 Der Satz von Radon & Nikodým . . . . .	36
<b>4 Die <math>L^p</math>-Räume</b>	<b>41</b>
4.1 Definition und erste Eigenschaften . . . . .	41
4.2 Die Faltung . . . . .	44
4.3 Vollständigkeits- und Dichtheitsaussagen . . . . .	46
<b>Funktionentheorie, Kapitel 5 – 10</b>	<b>51</b>
<b>5 Holomorphe Abbildungen und Integration</b>	<b>53</b>
5.1 Holomorphe Abbildungen . . . . .	55
5.2 Integration . . . . .	58
<b>6 Der Cauchysche Integralsatz und Potenzreihenentwicklung</b>	<b>63</b>
6.1 Der Cauchysche Integralsatz . . . . .	63
6.2 Die Cauchysche Integralformel . . . . .	66
6.3 Potenzreihenentwicklung . . . . .	69
6.4 Cauchysche Ungleichung und Folgerungen . . . . .	72
6.5 Umkehrung holomorpher Funktionen . . . . .	75

---

<b>7</b>	<b>Spezielle Funktionen und das Schwarzsche Lemma</b>	<b>77</b>
7.1	Spezielle Funktionen . . . . .	77
7.2	Das Schwarzsche Lemma und das Schwarzsche Spiegelungsprinzip . . . . .	88
<b>8</b>	<b>Ganze Funktionen und Laurentreihen</b>	<b>91</b>
8.1	Ganze Funktionen . . . . .	91
8.2	Laurentreihen . . . . .	96
<b>9</b>	<b>Der Residuenkalkül</b>	<b>103</b>
<b>10</b>	<b>Konforme Abbildungen: Der Riemannsche Abbildungssatz</b>	<b>115</b>
	<b>Funktionalanalysis, Kapitel 11 – 19</b>	<b>119</b>
<b>11</b>	<b>Topologische und metrische Räume, Kompaktheit</b>	<b>121</b>
11.1	Topologie und Metrik . . . . .	121
11.2	Kompaktheit . . . . .	127
<b>12</b>	<b>Normierte Räume und Hilberträume</b>	<b>131</b>
12.1	Normierte Räume und Banachräume . . . . .	131
12.2	Hilberträume . . . . .	135
12.3	Der Approximationssatz und der Satz von Riesz für Hilberträume . . . . .	136
12.4	Orthonormalbasen . . . . .	140
<b>13</b>	<b>Lineare Operatoren: Grundbegriffe</b>	<b>147</b>
13.1	Stetige lineare Abbildungen in normierten Räumen . . . . .	147
13.2	Strukturen in endlich-dimensionalen Räumen . . . . .	151
13.3	Spektrum und Resolvente . . . . .	152
<b>14</b>	<b>Dualräume und adjungierte Operatoren</b>	<b>159</b>
14.1	Hahn & Banach-Sätze . . . . .	159
14.2	Dualräume und Reflexivität, adjungierte Operatoren . . . . .	162
<b>15</b>	<b>Der Satz von Baire, Folgerungen und schwache Konvergenz</b>	<b>167</b>
15.1	Der Satz von Baire und seine Folgerungen . . . . .	167
15.2	Schwache Konvergenz . . . . .	172
<b>16</b>	<b>Distributionen und Sobolevräume</b>	<b>179</b>
16.1	Distributionen . . . . .	179
16.2	Sobolevräume: Definition und erste Eigenschaften . . . . .	182
16.3	Wichtige Sätze aus der Theorie der Sobolevräume . . . . .	185

---

<b>17 Das Spektrum selbstadjungierter Operatoren</b>	<b>191</b>
17.1 Nützliches über das Spektrum . . . . .	191
17.2 Kriterien für die Selbstadjungiertheit symmetrischer Operatoren . . . . .	196
<b>18 Der Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren</b>	<b>199</b>
18.1 Motivation . . . . .	199
18.2 Orthogonale Projektionen und Spektralscharen . . . . .	202
18.3 Der Spektralsatz für beschränkte Operatoren . . . . .	206
18.4 Spektralzerlegung unitärer Operatoren . . . . .	213
18.5 Der Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren . . . . .	216
<b>19 Kompakte lineare Abbildungen</b>	<b>223</b>
<b>Partielle Differentialgleichungen, Kapitel 20 – 25</b>	<b>227</b>
<b>20 Ein Überblick</b>	<b>229</b>
20.1 Grundbegriffe und Beispiele . . . . .	229
20.2 Lösungsansätze . . . . .	233
<b>21 Gleichungen erster Ordnung und Typeinteilung</b>	<b>235</b>
21.1 Gleichungen erster Ordnung . . . . .	235
21.2 Typeinteilung bei linearen Gleichungen zweiter Ordnung . . . . .	239
<b>22 Grundlösungen und elliptische Gleichungen</b>	<b>243</b>
22.1 Faltung von Distributionen . . . . .	243
22.2 Existenz einer Grundlösung zu $\Delta$ . . . . .	245
22.3 Maximum- und Minimumprinzip . . . . .	248
<b>23 Parabolische Gleichungen</b>	<b>251</b>
23.1 Die Fourier-Transformation . . . . .	251
23.2 Die Wärmeleitungsgleichung . . . . .	253
23.3 Die Gleichung von Black & Scholes . . . . .	256
23.4 Maximumprinzip, Energieabschätzungen . . . . .	259
<b>24 Hyperbolische Gleichungen</b>	<b>263</b>
24.1 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^1$ . . . . .	263
24.2 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^3$ und im $\mathbb{R}^2$ . . . . .	266
24.3 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^n$ : Fouriertransformation . . . . .	269
24.4 Energiegleichung und allgemeine Gebiete . . . . .	271
<b>25 Hilbertraum-Methoden</b>	<b>273</b>
25.1 Die Randwertaufgabe zu $-\Delta + 1$ . . . . .	273
25.2 Allgemeinere Differentialoperatoren . . . . .	275

---

<b>Prüfungsvorbereitung</b>	<b>279</b>
<b>26 Prüfungsvorbereitung</b>	<b>281</b>
26.1 Analysis III: Lebesguesche Maß- und Integrationstheorie . . . .	281
26.2 Funktionentheorie . . . . .	282
26.3 Funktionalanalysis . . . . .	284
26.4 Partielle Differentialgleichungen . . . . .	287
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>289</b>
<b>Notation</b>	<b>291</b>
<b>Index</b>	<b>299</b>

# Index

- Abbildung
  - biholomorphe, 76
  - offene, 121
  - stetige, 121
- abgeschlossen
  - schwach folgen-, 178
- abgeschlossen (Menge), 123
- Ableitung einer Distribution, 181
- Ableitungsoperator, 153
- Abschließung eines Operators, 153
- Abschluss einer Menge, 123
- absolutkonvex, 160
- Additionstheoreme, 86
- additiv, 5
- adjungierter Operator
  - beschränkte Operatoren, 165, 166
  - unbeschränkte Operatoren, 165, 166
- d'Alembert, J.-B. L. R., 265
- d'Alembertsche Formel, 265
- Algebra, 3
  - erzeugte, 4
- Anfangsrandwertaufgabe, 240, 260
- Anfangswertproblem, 253
- Approximationssatz, 178
- Ausbreitungsgeschwindigkeit
  - endliche, 269
  - unendliche, 256
- Automorphismengruppe (des Normgebietes), 115
- Baire, R. L., 167
- Banachraum, 132
- Banachscher Fixpunktsatz, 127
- Basis
  - einer Topologie, 123
- beschränkt, 126
- biholomorph, 76
- Bildmaß, 31
- Bilinearform, 139
- Black & Scholes-Formel, 256
- Black, F. S., 231
- Borel- $\sigma$ -Algebra, 12
- Carathéodory, C., 9
- Casorati, F., 93
- Cauchy & Riemann-Differentialgleichungen, 54, 56
- Cauchy-Folge, 126
  - schwache -, 174
- Cauchysche Anfangswertaufgabe, 235, 240
- Cauchysche Integralformel
  - allgemeine, 67
  - für Kreisscheiben, 66
- Cayley, A., 216
- Cayley-Transformierte, 216
- Charakteristik
  - bei PDGL erster Ordnung, 236
  - bei PDGL zweiter Ordnung, 241
- charakteristisch, 236
- $C^m$ -Gebiet, 246
- dicht, 123
- dicht definiert, 165
- Dichte, 19
- Differentialgleichung
  - partielle, 229
- differenzierbar

- komplex, 55
- Diffusionsgleichung, 253
- Dirac-Distribution, 180
- Dirac-Maß, 6
- direkte Summe
  - von Banachräumen, 134
- Dirichlet-Form, 276
- Dirichletsche Randwertaufgabe
  - Eindeutigkeit für die, 248
  - Existenz für die, 249
- Distribution, 180
  - reguläre, 180
  - temperierte, 252
- Drehstreckung, 78
- Dualraum
  - algebraischer, 133
  - topologischer, 133
- $\cap$ -stabil, 5
- Dynkin, E. B., 4
- Dynkin-Lemma, 5
- Dynkin-System, 4
  - erzeugtes, 4
- Eigenraum
  - algebraischer, 155
  - geometrischer, 155
- Eigenwert, 154
  - approximativer, 194
- Eindeutigkeitssatz
  - für Maße, 10
- Einheitssphäre, 128
- Einheitswurzel, 84
- elementargeometrischer Inhalt, 6
- Energie
  - kinetische, 264
  - potentielle, 264
- Energieabschätzung, 260
- Energiefunktional, 272
- Energieungleichung, 272
- $\varepsilon$ -Netz, 128
- Erwartungswert, 40
  - bedingter, 39
- Erzeugendensystem, 4
- Exponentialfunktion im Komplexen, 78
- Faltung
  - bei Distributionen, 243
  - von Funktionen, 44
- Faltungsprodukt, 44
- fast sicher, 15
- fast überall, 15
- folgenabgeschlossen
  - schwach, 178
- folgenkompakt, 128
  - schwach, 174
  - schwach-\*, 174
- folgendvollständig
  - schwach, 174
- Fourier-Transformation, 251, 252
- Fourier-Transformierte, 252
  - einer temperierten Distribution, 253
- Fresnel, A. J., 113
- Fresnelsche Integrale, 113
- Friedrichs, K. O., 48
- Friedrichsscher Glättungsoperator, 48
- Fundamentallösung, 245
- Fundamentalsatz der Algebra, 92, 105
- Funktion
  - eines Operators, 210
  - ganz rationale, 92
  - ganz transzendente, 92
  - ganze, 91
  - harmonische, 245
  - hölderstetige, 247
  - holomorphe, 56
  - konforme, 78
  - orientierungserhaltende, 78
  - von beschränkter Variation, 164
  - winkeltreue, 78
- Greensche, 248
- ganz, 91
- Ganzraumfall, 253, 265
- Gebiet, 57
  - konvexes, 65
  - mit  $C^m$ -Rand, 246
- Gebietstreue, 74



- 
- Geometrie
    - euklidische, 82
    - nichteuklidische, 82
  - Gleichung
    - Parsevalsche, 143
    - von Black & Scholes, 231, 256
  - Goursat, E.J-B., 63
  - Goursatsches Lemma, 63
  - Graphennorm, 154
  - Grenzwert, 124
    - schwacher, 172
  - Grundlösung, 245
  
  - Hadamard, J. S., 232
  - Hadamardsche Forderungen, 232, 274
  - Hadamardscher Lösungsbegriff, 242
  - Hahn, H., 159
  - Halbnorm, 42, 131
  - Halbordnung, 140
  - Hamilton, W. R., 264
  - Hamiltonsches Prinzip, 264
  - Hauptteil, 240
  - Hauptzweig, 85
  - Hausdorff-Raum, 123
  - Heaviside-Funktion, 181
  - Hellinger, E. D., 171
  - Hilbertraum, 135
  - Hilbertraumbasis, 140
  - holomorph, 56
    - in Banachräumen, 156
  - Homöomorphismus, 121
  - Huygens, C., 268
  - Huygenssches Prinzip, 268
  - Häufungspunkt, 124
  
  - Inhalt, 5
    - endlicher, 6
    - monoton, 7
    - normal, 6
    - Inhalt
      - $\sigma$ -endlich, 6
  - Inneres einer Menge, 123
  - Integral, 230
    - bzl. Spektralscharen, 205
    - komplexes, 59
  - integrierbar, 18, 41
    - lokal, 45
  - Isometrie, 126, 152
  - Isomorphismus
    - isometrischer, 126
  
  - Kern, 148
  - Kette, 140
  - Kirchhoff, G. R., 266
  - Kirchhoffsche Formel, 266
  - koerziv, 275
  - kompakt, 127
    - relativ, 129
  - Kondrachov, V. I., 188
  - konform, 78
  - konform äquivalent, 115
  - Kontraktion, 127
  - konvergent
    - gegen null in  $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ , 251
    - schwach, 133, 172
    - schwach-\*, 133, 172
    - unbedingt, 141
  - Konvergenzradius, 58
  - konvex, 136
    - e Hülle, 177
  - konvexe Funktion, 159
  - von Kowalevsky, S., 242
  - Kreisring, 96
  - kreisverwandt, 80
  - Kugel, 125
  - Kugelkoordinate, 267
  
  - Laplace-Gleichung, 55, 231, 245
  - Laplace-Operator, 246, 248
  - Laurent, P. A., 96
  - Laurentreihe, 96, 98
    - Hauptteil, 98
    - Nebenteil, 98
  - Lax, P. D., 275
  - Levi, B., 21
  - Lewy, H., 242
  - Limes, 124
  - Linksshift, 152
  - Lösung
    - klassische, 230

- schwache, 273, 277
- Logarithmus
  - komplexer, 85
- logarithmus naturalis, 76
- lokal-endliche Überdeckung, 186
- $\ell_p$ -Raum, 134
- $L^p$ -Raum, 42
- $\mathcal{L}^p$ -Raum, 41
- Lusin, N. N., 46
- mager, 168
- Majorantenkriterium, 19
- maximales Element, 140
- Maximumprinzip, 74
  - elliptisches, 248
  - schwaches parabolisches, 259
  - starkes elliptisches, 248
  - starkes parabolisches, 260
- Maxwell, J. C., 232
- Maxwell-Gleichungen, 232
- Mazur, S., 178
- Maß, 5
  - Lebesgue-, 13
  - projektorwertiges, 221
  - vollständiges, 11
- Maßfortsetzung, 11
- Maßraum, 5
- Mengen
  - Lebesgue-, 13
- meromorph, 101
- messbar (Funktion), 17
- Messraum, 4
- Metrik, 124
  - diskrete, 124
- metrisierbar, 125
- Milgram, A. N., 275
- Minimumprinzip, 75
  - elliptisches, 248
- Mittelwert, 75
- Mittelwerteigenschaft, 75, 249
- Möbius, A. F., 80
- Möbiustransformation, 80
- Morera, G., 67
- Multiindex-Schreibweise, 179
- Multiplikationsoperator, 196, 219
- Navier & Stokes-Gleichungen, 232
- Navier, C. L. M. H., 232
- Neumannsche Reihe, 149
- Nikodým, O. M., 32
- nirgends dicht, 167
- Norm, 131
- normal, 166
- Normgebiet, 115
- normkonvergent, 172
- $\nu$ -messbar, 7
- Nullmenge, 15
- Nullstelle der Ordnung  $n$ , 71
- numerischer Wertebereich, 194
- obere Schranke, 140
- offen (Menge), 123
  - in metrischen Räumen, 125
- offene Überdeckung, 127
- Operator
  - abgeschlossener, 153
  - abschließbar, 153
  - kompakter, 186, 223
  - linearer, 153
  - linearer stetiger, 147
- Operatornorm, 148
- Optionspreisbewertung, 256
- Orientierung, 66
  - positive, 66
- orientierungserhaltend, 78
- orthogonal, 135
- orthogonales Komplement, 137
- orthonormal, 135
- Orthonormalbasis, 140
- Parallelenaxiom, 82
- Parallelogramm-Identität, 136
- Parallelverschiebung, 78
- Parameterabhängige Integrale, 23
- Partition, 58
- PDGL, 229
  - elliptische, 240
  - homogene, 230
  - hyperbolische, 240
  - lineare, 230
  - parabolische, 240

- quasilineare, 230
- semilineare, 230
- voll quasilineare, 230
- Plancherel, M., 252
- Pol (der Ordnung  $k$ ), 98
- Polarisationsformel, 136
- Populationsgleichungen, 231
- Potentialgleichung, 55, 231, 245
- Potenzreihe, 58
- Produkt
  - kartesisches, 122
- Produkt- $\sigma$ -Algebra, 25
- Produktmaß, 27
- Produkttopologie, 122
- Projektion
  - orthogonale, 202
- Prähilbertraum, 135
- präkompakt, 129
- Punktspektrum, 154
- Quotientenraum
  - normierter Räume, 133
  - topologischer, 133
- Radon & Nikodým-Ableitung, 32
- Radon, J., 32
- Randwertaufgabe
  - Dirichletsche, 240, 273, 277
  - gemischte, 240
  - Neumannsche, 240
- Raum
  - metrischer, 124
  - normaler, 123
  - normierter, 131
  - $T_2$ , 123
  - $T_4$ , 123
  - topologischer, 121
- Reaktionsdiffusionsgleichungen, 231
- Rechtsshift, 152
- reflexiv, 162
- Regularität, 277
- Regularität des Lebesgue-Maßes, 14
- Relativtopologie, 122
- Rellich, F., 188
- Residuum, 103
- Resolvente, 155
- Resolventenabbildung, 155
- Resolventenmenge, 154
- Restspektrum, 154
- Riemann & Stieltjes-Integral, 32
- Riemann-Integral, 58
- Riemannsche Fläche, 84
- Riesz, F., 138
- Rieszssches Lemma, 151
- Ring, 3
- Robin, V. G., 240
- Robin-Randbedingung, 240
- Rouché, E., 105
- Saite, 263
- Sard, A., 35
- Satz
  - Approximationssatz, 137
  - Auswahlsatz von Rellich & Kondrakov, 188
  - Banachscher Fixpunkt-, 127
  - Cauchysche Integralformel, 66
  - Cauchysche Ungleichung, 72
  - Cauchyscher Integralsatz, 65
  - Darstellungssatz von Riesz in  $C([a, b])$ , 165
  - Darstellungssatz von Riesz in Hilberträumen, 138
  - Fortsetzungssatz von Tietze, 47
  - Fundamentalsatz der Algebra, 92
  - Goursatsches Lemma, 63
  - Identitätssatz, 71
  - Lemma von Fatou, 22
  - Lemma von Zorn, 140
  - Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit, 168
  - Prinzip der offenen Abbildung, 169
  - Projektionssatz, 137
  - Residuensatz, 103
  - Riemannscher Abbildungssatz, 117
  - Riemannscher Hebbarkeitssatz, 67

- Riesz'sches Lemma, 151
- Sobolev'scher Einbettungssatz, 185
- Spektralabbildungssatz für Polynome, 206
- Spektralsatz für beschränkte Operatoren, 207
- Spektralsatz für unbeschränkte Operatoren, 217
- Spektralsatz für unitäre Operatoren, 216
- vom abgeschlossenen Graphen, 171
- vom bedingten Erwartungswert, 39
- vom stetigen Inversen, 171
- von B. Levi über monotone Konvergenz, 21
- von Baire, 167
- von Banach & Steinhaus, 169
- von Carathéodory, 9
- von Casorati & Weierstraß, 93, 100
- von Cauchy & Kowalevsky, 242
- von der Gebietstreue, 74
- von Fubini, 30
- von Hahn & Banach, komplex, 160
- von Hahn & Banach, reell, 159
- von Hellinger & Toeplitz, 171
- von Lax & Milgram, 275
- von Lebesgue über majorisierte Konvergenz, 23
- von Liouville, 91
- von Lusin, 46
- von Mazur, 178
- von Morera, 67
- von Plancherel, 252
- von Pythagoras, 135
- von Radon & Nikodým, 38
- von Rouché, 105
- von Tonelli, 30
- von Weierstraß, 73
- schnell fallend, 251
- Schnittwinkel, 77
- Scholes, M. S., 231
- Schrödinger, E., 232
- Schrödingergleichung, 232
- Schwartz, L., 251
- Schwartz-Raum, 251
- Schwarz'sches Lemma, 88
- Schwingende Saite, 200
- Segmenteigenschaft, 186
- selbstadjungiert, 166
- Seminorm, 42, 131
- separabel, 123
- Sesquilinearform, 139
  - koerzitive, 275
  - stetige, 139
- Shift-Operator, 152
- $\sigma$ -additiv, 5
- $\sigma$ -Algebra, 4
  - erzeugte, 4
- Skalarprodukt, 135
- Sobolev, S. L., 182
- Sobolevraum, 182
- Spektralradius, 195
- Spektralschar, 203
- Spektrum, 154
  - approximatives, 194
  - kontinuierliches, 154
  - residuelles, 154
- sphärisches Mittel, 267
- Spiegelungsprinzip
  - Schwarz'sches, 88
- Spur- $\sigma$ -Algebra, 18
- Spurmaß, 18
- Spurtopologie, 122
- Stabilität
  - exponentielle, 261
- Stammfunktion, 60
  - lokale, 60
- Standardmetrik, 124
- Steinhaus, H., 169
- stereographische Projektion, 80
- stetig, 121
- Stetigkeit
  - von Maßen, 37
- Stieltjes, T. J., 32
- Stokes, G. G., 232

- 
- sub-additiv, 7
  - Subbasis
    - einer Topologie, 123
  - Substitutionsregel, 33
  - subtraktiv, 7
  - Supremumsnorm, 132
  - symmetrisch, 166
  - symmetrische Differenz, 11
  
  - Taylorentwicklung, 240
  - Teilraumtopologie, 122
  - Testfunktion, 44
  - Thermoelastizitätsgleichungen, 232
  - Tietze, H. F. F., 47
  - Toeplitz, O., 171
  - Topologie, 121
    - $F$ -schwache, 122
    - erzeugte, 122
    - lokalkonvexe, 132
    - schwach-\*, 133
    - schwache, 133
  - topologischer Vektorraum, 132
  - totalbeschränkt, 128
  - Totalvariation, 164
  - Transformationslemma, 31
  - Transformationsatz, 33
  - Trigonometrische Funktionen, 86
  - Träger einer Funktion, 44
  
  - Umgebung, 123
  - Umgebung von  $\infty$ , 80
  - Umgebungsbasis, 123
  - Umordnungssatz, 141
  - Ungleichung
    - Besselsche, 136
    - Cauchysche, 72
    - Erste Poincarésche, 188
    - Höldersche, 42
    - Minkowskische, 42
    - Sardsche, 35
    - von Cauchy & Schwarz, 136
    - Zweite Poincarésche, 189
  - unitär, 166
  
  - Verteilungsfunktion, 12
  
  - Vervollständigung eines Maßes, 11
  - Verzweigungspunkt, 85
  - vollständig geordnet, 140
  - vollständig, 126
  - Volterra, V., 149
  - Volterraoperator, 196, 224
  - Volterrasche Integralgleichung
    - erster Art, 150
    - zweiter Art, 149
  - von erster Kategorie, 168
  - von zweiter Kategorie, 168
  
  - Wärmeleitungsgleichung, 231
  - Wahrscheinlichkeit
    - bedingte, 40
  - Wahrscheinlichkeitsmaß, 6
  - Wellengleichung, 231
  - Wertebereich, 148
  - wesentlich selbstadjungiert, 166
  - wesentlich singular, 98
  - winkeltreu, 78
  
  - Zählmaß, 6
  - Zorn, M. A., 140
  - Zufallsvariable, 17
  - Zylindermenge, 25
  
  - Äquivalenz von Normen, 148
  - äußeres Maß, 7
    - zu einem Inhalt, 7