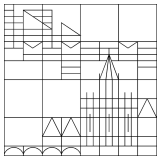
Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer
T. Kobert, M. Kummer



Proseminar *Konvexe Mengen, Polytope und lineare Ungleichungen*
(WS 2015/16)

Als Teilnehmer(in) halten Sie einen Vortrag von etwa 70-75 Minuten. Darin sollen Sie zeigen, dass Sie in der Lage sind, aus der angegebenen Fachliteratur die wichtigen Inhalte zu extrahieren und in eigener Weise zu präsentieren. Dazu gehört auch, dass Sie sich eigene Gedanken über eine gute Wahl der Notation machen und diese nicht blindlings aus einem Buch übernehmen (jedes Buch hat ohnehin meistens seine eigenen Bezeichnungen). Das Hauptziel des Vortrags ist es nicht, den Dozenten davon zu überzeugen, dass Sie den Stoff überblicken und verstanden haben, sondern vor allem so vorzutragen, dass Ihre Kommiliton(inn)en Ihrem Vortrag folgen können.

Im Vortrag dürfen Sie ein Manuskript benutzen. Aber Sie sollen nicht daran kleben, sondern sollen versuchen, so frei wie möglich zu sprechen. Die Benutzung eines Laptops oder von projizierten Folien ist nur für einzelne Illustrationen erlaubt, ansonsten tragen Sie an der Tafel vor. Planen Sie viel Zeit für die Vorbereitung ein, beginnen Sie damit spätestens 2 Monate vom dem Vortrag, kommen Sie frühzeitig (spätestens 3 Wochen vor dem Vortrag) und gut vorbereitet zu einer Vorbesprechung mit Ihrem Betreuer. Halten Sie Ihren Vortrag rechtzeitig vor dem eigentlichen Termin einmal an der Tafel zur Probe, zum Beispiel mit einem Freiwilligen als Zuhörer, um ein Gefühl für die Zeit zu bekommen, die Sie benötigen — darin kann man sich leicht sehr verschätzen. Überlegen Sie *vor* dem Vortrag, was Sie an die Tafel schreiben und was Sie nur mündlich erwähnen wollen. Im Proseminar wird erwartet, dass Sie mit 75 Minuten auskommen.

Zum Vortrag sollen Sie ein mit TEX gesetztes schriftliches Handout von etwa 2-4 Seiten anfertigen, das eine Zusammenfassung Ihres Vortrags enthält: Verwendete Begriffe, Bezeichnungen und Definitionen, Lemmata und Sätze, eventuell Beispiele und Skizzen von Beweisen. Das Handout wird am Ende Ihres Vortrags verteilt.

Das Proseminar wird betreut von Tim Kobert und Mario Kummer. Wenn Sie interessiert sind und teilnehmen wollen, kommen Sie bitte zur

Vorbesprechung: Dienstag 21. Juli 2015, 11.00 Uhr, Raum F 441

In der Vorbesprechung wird der Termin für das Proseminar festgelegt, und es werden die Vorträge verbindlich vergeben.

Kontakt:
Claus Scheiderer (F 415), Tim Kobert (F 418), Mario Kummer (G 407)
(`www.math.uni-konstanz.de/~scheider, .../~kobert, .../~kummer`)

Liste der Vorträge

1. Vortrag: *Konvexe Mengen und der Satz von Carathéodory*

Konvexe Mengen, konvexe Hülle, Satz von Carathéodory, Minkowskisumme

Lit: [1] Seiten 2-3, 5-8, 10-11; [7] Seiten 49-51, 53-56 (evtl. als Hilfe: [4], Seiten 10-12, 21-22)

2. Vortrag: *Topologie konvexer Mengen im $\mathbb{R}^n$*

Inneres, Abschluss, Erhaltung topologischer Eigenschaften unter Bildung der konvexen Hülle, algebraisch offene Mengen

Lit: [1] Seiten 45, 47-49, 111; [7] Seiten 32-36, 57, 62-63; [4] Seiten 24-25

3. Vortrag: *Trennung konvexer Mengen im $\mathbb{R}^n$*

Affine Räume, affine Hüllen, Dimension, Halbräume, Isolationssatz, weitere Trennungssätze

Lit: [1] Seiten 42-47, 49, 105-107

4. Vortrag: *Extremalpunkte, Seiten und der Satz von Minkowski*

Extremalpunkte, Seiten, exponierte Seiten, Satz von Minkowski, Existenz von Extremalpunkten

Lit: [1] Seiten 51-53; [7] Seiten 79-82, 86 (evtl. als Hilfe: [4] Seite 35ff)

5. Vortrag: *Polytope und Polyeder*

Polytope, Polyeder, Bilder von Polytopen unter Linearen Abbildungen, Fourier-Motzkin-Elimination, Beispiele

Lit: [1] Seiten 8, 37; [7] Seite 105; [4] Seite 46; [8] Seiten 7-10

6. Vortrag: *Seitenstruktur von Polyedern*

Ecken, Kanten, Facetten, Seitenstruktur von Polyedern, Satz von Weyl-Minkowski

Lit: [1] Seiten 54-55, 249-250; [7] Seiten 111-113; [8] Seite 51

7. Vortrag: *Permutationspolytop und Birkhoffpolytop*

Nähere Betrachtung des Permutationspolytops und kombinatorische Beschreibung seiner Seiten, Birkhoffpolytop, Satz von Birkhoff-von Neumann, Zusammenhang der beiden Polytope

Lit: [1] Seiten 56-59, 254-255; [8] Seiten 17-20

8. Vortrag: *Polare von konvexen Mengen*

Polare, Beispiele, Bipolarsatz, selbstpolare Mengen

Lit: [1] Seiten 143-145; [7] Seiten 100-101

9. Vortrag: *Dualität von Polytopen*

Rückrichtung von Weyl-Minkowski, Seitenstruktur des dualen Polytops, Beispiel

Lit: [1] Seiten 145, 250-252

10. Vortrag: *Konvexe Kegel I*

Grundlegende Eigenschaften von Kegeln, Extremalstrahlen, Kegelquerschnitt, Satz von Minkowski für Kegel

Lit: [1] Seiten 65-67

11. Vortrag: *Konvexe Kegel II*

Satz von Carathéodory für Kegel, Kegel von positiven Polynomen und positiv definiten Matrizen, dualer Kegel, Zusammenhang zwischen dualem Kegel und polarer Menge

Lit: [1] Seiten 73-74, 78-79, 82, 162; [2] Seiten 34-35, 51-53

12. Vortrag: *Partielle Kegelordnungen auf dem* $\mathbb{R}^n$

Durch Kegel definierte partielle Ordnungen, Minimum und Maximum, minimale und maximale Elemente, Bedingungen für die Unlösbarkeit von Systemen von linearen (Kegel-) Ungleichungen

Lit: [1] Seiten 160-161; [2] Seiten 43-46, 50, 54, 56-57

13. Vortrag: *Lineare Ungleichungen und lineare Programmierung*

Fundamentalsatz linearer Ungleichungen, Farkas Lemma, Formulierung eines linearen Programmierungs-Problems, äquivalente Formulierungen, duales Problem und starke Dualität

Lit: [7] Seiten 149-151,157-161; [2] Seiten 146-149; [6] 85-86, 89-90

14. Vortrag: *Der Simplex-Algorithmus*

Basislösungen eines linearen Gleichungssystems, Basislösungen als Extremalpunkte, Idee des Simplexalgorithmus, der Simplexalgorithmus

Lit: [7] Seiten 163-165, 169-174; [6] Seiten 129-134

Literatur

[1] A. Barvinok: *A Course in Convexity*. Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2002.

[2] S. Boyd, L. Vandenberghe: *Convex Optimization*. Cambridge University Press, 2004.

[3] B. Grünbaum: *Convex Polytopes*. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 2003.

[4] K. Leichtweiss: *Konvexe Mengen*. Springer, 1980.

[5] D. Plaumann: Konvexität. Vorlesungsskript, Uni Konstanz, WS 2011/12, `www.math.uni-konstanz.de/~plaumann/KonvexWS11/konvex.pdf`

[6] A. Schrijver: *Theory of Linear and Integer Programming*, Wiley, 1986.

[7] R. Webster: *Convexity*. Oxford University Press, 1994.

[8] G. M. Ziegler: *Lectures on Polytopes*. Graduate Texts in Mathematics, Springer, 1995.