Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, Ch. Hanselka
28. Januar 2016

Übungen zu Reelle algebraische Geometrie I (WS 2015/16)

Blatt 13

Abgabe: Donnerstag, 5. Februar 2016 um 11.45 Uhr

Sei R stets ein reell abgeschlossener Körper.

Aufgabe 49
Bestimme bis auf orthogonale Äquivalenz alle Darstellungen des Polynoms x^4+1 als Summe von Quadraten in $R[x]$.

Aufgabe 50
Sei $K \subseteq R^n$ eine unbeschränkte abgeschlossene semialgebraische Menge, sternförmig bezüglich einem Punkt $x_0 \in K$ (d.h., mit jedem $x \in K$ ist auch die Strecke $[x_0, x]$ in K enthalten). Dann enthält K eine von x_0 ausgehende Halbgerade.

Aufgabe 51
Für jedes Polynom $f \in R[x_1, \dots, x_n]$ ist die Menge G_f^+ aller psd Grammatrizen von f eine s.a. kompakte konvexe Menge. (*Hinweis:* Verwende Aufgabe 50.)

Aufgabe 52
Seien a, $b \in R$ mit $|a|$, $|b| \leq 1$. Im Polynomring $R[x]$ gilt dann $(x-a)(x-b) \in PO(x^2-1)$.