Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, Ch. Hanselka
10. Dezember 2015

Übungen zu Reelle algebraische Geometrie I (WS 2015/16)

Blatt 8

Abgabe: Donnerstag, 17. Dezember 2015 um 11.45 Uhr

Aufgabe 29
Sei A ein Ring, seien $\alpha, \beta \in \operatorname{Sper}(A)$. Genau dann haben α und β keine gemeinsame Spezialisierung in $\operatorname{Sper}(A)$, wenn es ein $f \in A$ mit $f(\alpha) > 1$ und $f(\beta) < 0$ gibt.

Aufgabe 30
Sei K ein Körper. Genau dann gibt es einen von K verschiedenen Bewertungsring von K mit reellem Restklassenkörper, wenn K eine nicht-archimedische Anordnung hat.

Aufgabe 31
Sei A ein Ring und $\alpha \in \operatorname{Sper}(A)$.

(a) Beliebige Summen und Durchschnitte von α-konvexen Idealen von A sind wieder α-konvex.
(b) Seien I und J α-konvexe Ideale von A. Ist dann auch IJ α-konvex?
(c) Sei I ein α-konvexes Ideal von A. Ist dann auch $\sqrt{I}$ α-konvex?
(d) Ist $I \neq (1)$ ein α-konvexes Ideal von A, so ist $\sqrt{I}$ ein Primideal.

Aufgabe 32
Sei C ein Bewertungsring von K, und sei B ein Oberring von C in K.

(a) Es ist $\mathfrak{m}_B \subseteq \mathfrak{m}_C$, und $\overline{C} := C/\mathfrak{m}_B$ ist ein Bewertungsring von $B/\mathfrak{m}_B = \kappa_B$.
(b) Es gibt eine natürliche exakte Sequenz $0 \to \Gamma_{\overline{C}} \xrightarrow{i} \Gamma_C \to \Gamma_B \to 0$ der Wertegruppen. Dabei ist $i(\Gamma_{\overline{C}})$ eine konvexe Untergruppe von Γ_C, und die Abbildungen sind ordnungstreu.