



Übungen zur Vorlesung Konvexität (SS 2016)

Blatt 3

Besprechung: Donnerstag, 2. Juni 2016

Sei stets V ein $\mathbb{R}$ -Vektorraum mit $\dim(V) < \infty$.

Aufgabe 9

Sei $P \subseteq V$ ein Polyeder. Für jede nichtleere Seite $Q \neq P$ von P gibt es eine Seite F von P mit $Q \subseteq F$ und $\dim(F) - \dim(Q) = 1$.

Aufgabe 10

Sei $K \subseteq V$ eine abgeschlossene konvexe Menge. Genau dann ist K ein Polyeder, wenn K nur endlich viele Seiten hat.

Aufgabe 11

Beweise:

- (a) Lineare Bilder, endliche Durchschnitte und endliche Minkowskisummen von Polyedern sind wieder Polyeder.
- (b) Die abgeschlossene konvexe Hülle einer Vereinigung von endlich vielen Polyedern ist ein Polyeder.
- (c) Die zu einem Polyeder polare Menge ist ein Polyeder.

Aufgabe 12

Sei $C \subseteq V$ ein abgeschlossener konvexer Kegel. Für jede Seite F von C sei $F' := \{\alpha \in C^* : \alpha|_F = 0\}$. Zeige:

- (a) F' ist eine exponierte Seite von C^* , und es gilt $\dim(F) + \dim(F') \leq \dim(V)$.
- (b) $F \mapsto F'$ ist eine Bijektion zwischen den Mengen der exponierten Seiten von C und von C^* .
- (c) Gib ein Beispiel einer exponierten Seite F von C (für C geeignet) an mit $\dim(F) + \dim(F') < \dim(V)$.
- (d) Ist der Kegel C ein Polyeder, so gilt $\dim(F) + \dim(F') = \dim(V)$ für jede Seite F von C .