



Übungen zu Reelle algebraische Geometrie II (SS 2016)

Blatt 10

Abgabe: Freitag, 24. Juni 2016 um 10.00 Uhr

Aufgabe 37

Sei k ein Körper. Im lokalen Ring $k[[x, y]]/(xy)$ gilt psd = sos.

Aufgabe 38

Sei k ein Körper, sei $A = k[[x_1, \dots, x_n]]$ und $\mathfrak{m}$ das maximale Ideal von A , und seien $f_1, \dots, f_n \in \mathfrak{m}$. Zeige, daß es einen k -Endomorphismus φ von A gibt mit $\varphi(x_i) = f_i$ ($i = 1, \dots, n$), und daß φ genau dann ein Automorphismus von A ist, wenn die Restklassen $\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_n$ in $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ linear unabhängig sind.

(*Hinweis:* Man kann alles zu Fuß beweisen. Aber die Argumentation wird viel einfacher, wenn man geeignete Resultate aus der Vorlesung benutzt.)

Aufgabe 39

Sei A ein diskreter Bewertungsring, sei $t \in A$ ein Primelement.

- (a) Der Ring $A[x]/(x^2 - t)$ ist ein diskreter Bewertungsring.
- (b) Die Präordnung $PO(t)$ in A ist saturiert.

Aufgabe 40

Sei $(A, \mathfrak{m})$ ein regulärer lokaler Ring, und seien $a_1, \dots, a_r \in \mathfrak{m}$ derart, daß $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_r$ in $\mathfrak{m}/\mathfrak{m}^2$ linear unabhängig über $k = A/\mathfrak{m}$ sind. Seien weiter $n_1, \dots, n_r \in \mathbb{N}$. Dann ist auch

$$B = A[x_1, \dots, x_r]/(x_i^{n_i} - a_i : i = 1, \dots, r)$$

ein regulärer lokaler Ring, und $\dim(B) = \dim(A)$.

Hinweis: Benutze Going-up und betrachte den Ring $B/\mathfrak{m}_A B$.